ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU MARDI 17 AOUT 1920.

PRÉSIDENCE DE M. HENRI DESLANDRES.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

THÉORIE DES NOMBRES. — *Expression de l'aire non euclidienne du domaine fondamental lié à une forme d'Hermite indéfinie.* Note (¹) de **M. G. HUMBERT.**

1. Cette Note étend aux formes d'Hermite indéfinies, dans le corps (ou l'anneau) $i\sqrt{P}$, une formule que j'ai fait connaître (²) pour $P = 1$.

Partons de l'équation (4) de ma dernière Note (³), où $f(x, y)$ désigne la forme $xx_0 - Dyy_0$ du corps $i\sqrt{P}$, P étant $\equiv 1$ ou $2 \pmod 4$, D positif, sans facteur premier impair (> 1) commun avec P et non multiple de 4 :

$$(1) \qquad \sum_{c;\, X, Y} (\mathfrak{N} I_c)^s f^{-s}(X, Y) = 2h \sum \frac{1}{n^s} \sum \frac{1}{n^{s-1}} \prod_{\varpi} \left[1 + \left(\frac{D}{\varpi}\right) \frac{1}{\varpi^{s-1}}\right];$$

faisons-y $s = 2 + \rho$, multiplions les deux membres de (1) par ρ, et égalons leurs limites quand ρ tend vers zéro, par valeurs positives.

Au second membre, le calcul est celui fait déjà pour les formes positives (⁴); la limite est

$$(2) \qquad 2h \frac{\pi^2}{16} \prod_{\delta} \left(1 - \frac{1}{\delta}\right)\left(1 - \frac{1}{\delta^2}\right) \prod_{\varpi} \left[1 + \left(\frac{D}{\varpi}\right) \frac{1}{\varpi}\right],$$

δ désignant tout diviseur premier impair (> 1) de D, et ϖ de P.

(¹) Séance du 9 août 1920.

(²) *Comptes rendus*, t. 166, 1918, p. 753.

(³) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 287.

(⁴) *Comptes rendus*, t. 169, 1919, p. 407.

Au premier membre, prenons d'abord les termes qui répondent à c donné; X et Y sont alors des entiers de l'idéal I_c, tels : 1° que $f(X, Y) : \mathfrak{N}I_c$ soit positif et premier à $2D$; 2° que le point $X : Y$ appartienne au domaine de Picard, $\mathfrak{P}$, du groupe g, qui correspond aux automorphies de f.

Grâce à la liberté que laisse le choix des I_c (idéaux associés aux formes réduites de Gauss binaires, positives, proprement primitives, de discriminant P, *ou à des formes équivalentes*), on peut supposer $\mathfrak{N}I_c$ premier à $2D$.

Les entiers X, Y du corps $i\sqrt{P}$ rendant $f(X, Y)$ premier à $2D$ forment $4D^2\Phi(2D)$ systèmes,

$$(3) \qquad X = \alpha + 2D\varphi, \qquad Y = \gamma + 2D\varpi,$$

α et γ fixes dans chaque système, et φ, ϖ entiers quelconques du corps $i\sqrt{P}$, exactement comme dans le cas des formes positives (*loc. cit.*).

Mais il faut de plus que X, Y soient de l'idéal I_c, c'est-à-dire, si l'on veut, en usant de la liberté que laisse le choix des α, γ, que φ et ϖ soient eux-mêmes de I_c (*loc. cit.*). Si $I_c = (q, g + i\sqrt{P})$, on a ainsi

$$(4) \qquad \varphi = qx_1 + (g + i\sqrt{P})y_1; \qquad \varpi = qx_2 + (g + i\sqrt{P})y_2,$$

avec x_1, y_1, x_2, y_2 entiers ordinaires quelconques.

Il faut enfin que $f(X, Y)$ soit > 0 et que le point $X : Y$ appartienne à $\mathfrak{P}$, cette dernière condition entraînant évidemment la précédente, puisque $\mathfrak{P}$ est extérieur à la circonférence $\xi'^2 + \eta'^2 - D = 0$, représentative de f.

Posons

$$(5) \qquad \xi = \frac{\alpha}{\sqrt{t}} + \frac{2D}{\sqrt{t}}\varphi; \qquad \eta = \frac{\gamma}{\sqrt{t}} + \frac{2D}{\sqrt{t}}\varpi,$$

t étant une quantité positive; le point $\xi : \eta$ doit appartenir à $\mathfrak{P}$.

2. Considérons maintenant la somme, Σ', des termes qui, au premier membre de (1), correspondent à des valeurs fixes de c, α et γ; la limite de $\rho\Sigma'$, d'après les principes de Dirichlet, sera celle de $(\mathfrak{N}I_c)^2\, 2T : t^2$, où T désigne le nombre des termes $f(X, Y)$ au plus égaux à t, les X, Y étant définis par (3) et (4).

Dans l'espace à quatre dimensions, les points (complexes) ξ, η forment un réseau, de maille infiniment petite (pour $t = \infty$) dans tous les sens, et T, pour $t = \infty$, est le volume V de la région $\mathfrak{V}$ de cet espace occupée par les points ξ, η, divisé par le volume de la maille.

Ce dernier (*loc. cit.*) est $16D^4q^2P : t^2$; on a donc ainsi

$$T = V\frac{t^2}{16D^4q^2P};$$

la limite de $\rho\Sigma'$, puisque $\mathfrak{N}I_c = q$, est donc $\frac{V}{8PD^4}$, et tout revient à calculer V.

Posons

(6) $$\xi = x'_1 + ix'_2; \qquad \eta = y'_1 + iy'_2;$$

on a

$$V = \int\int\int\int_{\varphi} dx'_1\, dx'_2\, dy'_1\, dy'_2,$$

le champ φ est défini : 1° par $f(\xi, \eta) \leqq 1$, qui exprime que $f(X, Y)$ est au plus égal à t; 2° par les inégalités exprimant que le point $\xi : \eta$ est de $\mathfrak{P}$.

Prenons pour variables, au lieu de ξ et η, les quantités η et $\frac{\xi}{\eta}$, en posant $z = \xi : \eta = z_1 + iz_2$; le champ nouveau sera défini par $y'^2_1 + y'^2_2 \leqq 1 : f(z, 1)$ et par les inégalités exprimant que le point analytique z appartient à $\mathfrak{P}$: les variables réelles sont maintenant y'_1, y'_2, z_1, z_2, et l'on a

$$V = \int\int\int\int dy'_1\, dy'_2\, dz_1\, dz_2 (y'^2_1 + y'^2_2),$$

d'où, après passage aux coordonnées polaires pour y'_1 et y'_2,

$$V = \frac{2\pi}{4}\int\int \frac{dz_1\, dz_2}{f^2(z, 1)} = \frac{\pi}{2}\int\int \frac{dz_1\, dz_2}{(z_1^2 + z_2^2 - D)^2},$$

le champ de l'intégrale double en z_1, z_2 étant maintenant $\mathfrak{P}$.

3. On voit que V est indépendant de c, de α et de γ. Or il y a h valeurs pour c, et $4D^2\Phi(2D)$ systèmes de valeurs pour α, γ, avec (*loc. cit.*)

$$\Phi(2D) = 2D^2 \prod_{\delta'} \left(1 - \frac{1}{\delta'}\right)^2 \prod_{\delta''} \left(1 - \frac{1}{\delta''^2}\right),$$

δ' et δ'' désignant respectivement les diviseurs premiers impairs (> 1) de D, tels que

$$\left(\frac{-P}{\delta'}\right) = +1 \qquad \text{et} \qquad \left(\frac{-P}{\delta''}\right) = -1;$$

on en conclut que *la limite du premier membre* de (1) est

$$\frac{1}{8PD^4} 2hD^2 \prod_{\delta'} \left(1 - \frac{1}{\delta'}\right)^2 \prod_{\delta''} \left(1 - \frac{1}{\delta''^2}\right) \cdot \frac{\pi}{2}\int\int_{\mathfrak{P}} \frac{dz_1\, dz_2}{[z_1^2 + z_2^2 - D]^2}.$$

Égalant cette limite à celle (2) du second membre, on trouve :

(7) $$4D\int\int_{\mathfrak{P}} \frac{dx\, dy}{[x^2 + y^2 - D]^2} = \pi DP \prod_{\delta} \left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right] \prod_{\varpi} \left[1 + \left(\frac{D}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right],$$

δ et ϖ ayant la signification indiquée plus haut (n° 1).

On trouverait la même formule dans le cas de l'anneau $i\sqrt{P}$, pour $P \equiv 3 \pmod 4$.

4. *Interprétation géométrique du premier membre.* — Projetons le domaine $\mathfrak{P}$ sur la sphère $\xi^2 + \eta^2 + \zeta^2 - D = 0$, à partir du pôle sud de celle-ci, l'équateur étant le plan $\zeta = 0$; soient, dans le plan $\zeta = 0$ et sur la sphère, $x, y, 0$ et X, Y, Z deux points en correspondance, $d\sigma$ et $d\Sigma$ deux éléments d'aire (euclidienne) correspondants autour de ces points; on trouve facilement

$$4D\frac{d\sigma}{(x^2+y^2-D)^2} = \frac{d\Sigma}{Z^2}.$$

Le premier membre de (7) est ainsi l'intégrale $\int\int \frac{d\Sigma}{Z^2}$ étendue à la projection stéréographique $\mathfrak{R}$, de $\mathfrak{P}$, sur la sphère, c'est donc, puisque $d\Sigma : Z^2$ est l'*élément d'aire non euclidienne dans le demi-espace de Poincaré*, l'aire non euclidienne de $\mathfrak{R}$. Cette aire, d'ailleurs, si l'on désigne par n le nombre des côtés du domaine $\mathfrak{R}$, par $\Sigma\omega$ la somme de ses angles *euclidiens*, est $(n-2)\pi - \Sigma\omega$, et, comme les n et les ω sont les mêmes pour $\mathfrak{P}$ et pour $\mathfrak{R}$, on arrive à la formule finale

$$\mathcal{A} = \pi DP \prod_{\delta}\left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right]\prod_{\varpi}\left[1 + \left(\frac{D}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right], \tag{8}$$

où δ et ϖ désignent respectivement les diviseurs premiers impairs (>1) de D et de P. Quant à $\mathcal{A}$, il peut être regardé comme l'*aire non euclidienne du domaine* $\mathfrak{P}$, et a aussi l'expression simple $\mathcal{A} = (n-2)\pi - \Sigma\omega$, n étant le nombre des côtés de $\mathfrak{P}$ et $\Sigma\omega$ la somme de ses angles *euclidiens*.

C'est l'extension, au corps ou à l'anneau $i\sqrt{P}$, de la formule donnée pour $P = 1$ dans la Note de 1918, rappelée ci-dessus au commencement du n° 1; elle s'applique également à $\mathfrak{P}'$, domaine du groupe g à l'*intérieur* du cercle $\xi^2 + \eta^2 - D = 0$, car les n et ω sont les mêmes pour $\mathfrak{P}'$ que pour $\mathfrak{P}$.

5. *Extension du groupe des automorphies de f.* — Au lieu des substitutions

$$|x, y;\ \lambda x + D\nu_0 y,\ \nu x + \lambda_0 y|,$$

qui sont les automorphies de $xx_0 - Dyy_0$, nous considérerons des substitutions symboliques, analogues à celles introduites dans nos Notes des *Comptes rendus* (t. 170, 1920, p. 544 et 625),

$$\left| x, y;\ \frac{\lambda}{\Lambda}x + D\frac{\nu_0}{\Lambda}y,\ \frac{\nu}{\Lambda}x + \frac{\lambda_0}{\Lambda}y \right|,$$

où l'on prend successivement pour A des idéaux ambigus, non équivalents, de $\mathcal{C}$ (corps *ou* anneau $i\sqrt{\mathrm{P}}$, selon que $\mathrm{P}\equiv 1$, 2 *ou* 3 (mod 4) et où λ et ν sont des entiers de A, tels que $\lambda\lambda_0 - \mathrm{D}\nu\nu_0 = \mathfrak{N}\mathrm{A}$.

Remplaçant x et y par les quantités indiquées dans la forme $xx_0 - \mathrm{D}yy_0$, et x_0, y_0 par les conjuguées, faisant ensuite au dénominateur $\mathrm{AA}_0 = \mathfrak{N}\mathrm{A}$, on vérifie immédiatement que la forme se reproduit exactement.

Le groupe à une variable correspondant qui sera, si l'on veut, celui des substitutions ordinaires

$$(\sigma) \qquad z' = (\lambda z + \mathrm{D}\nu_0) : (\nu z + \lambda_0),$$

λ et ν étant des entiers de l'un quelconque des idéaux choisis, A, et assujettis à vérifier

$$(9) \qquad \lambda\lambda_0 - \mathrm{D}\nu\nu_0 = \mathfrak{N}\mathrm{A}.$$

Les (σ) forment un groupe que nous appellerons (γ).

Je dis qu'il y a des (σ) pour chaque A, c'est-à-dire des λ, ν vérifiant (9).

Soit d'abord $\mathrm{P}\equiv 2$ ou 3 (mod 4); on pose $\mathrm{P} = r_1 r_2$, avec $r_1 < r_2$, et l'on a pour les A [1] l'expression

$$\mathrm{A}' = (r_1, i\sqrt{\mathrm{P}}) \qquad \text{et} \qquad \mathfrak{N}\mathrm{A}' = r_1;$$

d'où

$$\lambda = r_1 x + i\sqrt{\mathrm{P}}\, y; \qquad \nu = r_1 z + i\sqrt{\mathrm{P}}\, t,$$

avec x, y, z, t entiers ordinaires; et (9) s'écrit

$$r_1 x^2 + r_2 y^2 - \mathrm{D}(r_1 z^2 + r_2 t^2) = 1,$$

équation soluble en nombres entiers [2] en vertu des hypothèses sur P et D.

Soit maintenant $\mathrm{P}\equiv 1$ (mod 4); outre les A′ ci-dessus, qui donnent lieu à la même conclusion, on a à considérer aussi les A″, avec

$$\mathrm{A}'' = (2r_1, r_1 + i\sqrt{\mathrm{P}}) \qquad \text{et} \qquad \mathfrak{N}\mathrm{A}'' = 2r_1;$$

d'où

$$\lambda = 2r_1 x + (r_1 + i\sqrt{\mathrm{P}})y; \qquad \nu = 2r_1 z + (r_1 + i\sqrt{\mathrm{P}})t,$$

et (9) s'écrit, toutes réductions faites :

$$2r_1 x^2 + 2r_1 xy + \frac{r_1 + r_2}{2} y^2 - \mathrm{D}\left[2r_1 z^2 + 2r_1 zt + \frac{r_1 + r_2}{2} t^2\right] = 1,$$

qui est encore soluble en nombres entiers (*ibid.*).

---

(1) *Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 626.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 287.

Le nombre des A étant 2^{t-1}, où t désigne le nombre des facteurs premiers (distincts) du *discriminant du corps* $i\sqrt{P}$, on en conclut que (γ) contient g comme sous-groupe d'indice 2^{t-1}.

6. *Formules fondamentales pour le groupe* (γ). — Le groupe (γ) a un domaine fondamental $\mathfrak{P}_1$ et un domaine $\mathfrak{P}'_1$, respectivement extérieur et intérieur à $\xi^2 + \eta^2 - D = 0$; on les obtient simultanément par la méthode des circonférences (λ, ν); à chaque (σ) correspond la circonférence de centre $\lambda : \nu$ et de rayon $\sqrt{\mathfrak{N}A : \nu\nu_0}$, dite (λ, ν); $\mathfrak{P}_1$ et $\mathfrak{P}'_1$ sont limités par de telles circonférences.

La formule (4) de la Note précédente (¹) subsiste, le second membre étant divisé par 2^{t-1}. Aucune difficulté ne peut provenir des sommets elliptiques de $\mathfrak{P}_1$ ou de $\mathfrak{P}'_1$, parce qu'aucun d'eux, ζ, n'est du type $\zeta = x : y$, x et y entiers de $\mathfrak{S}$.

De même, la formule (8) ci-dessus devient

$$(10) \qquad \mathcal{A}_1 = \pi \frac{DP}{2^{t-1}} \prod_{\delta} \left[1 + \left(\frac{-P}{\delta}\right)\frac{1}{\delta}\right] \prod_{\varpi} \left[1 + \left(\frac{D}{\varpi}\right)\frac{1}{\varpi}\right],$$

$\mathcal{A}_1$ désignant l'aire non euclidienne de $\mathfrak{P}_1$ (et de $\mathfrak{P}'_1$), et ayant d'ailleurs l'expression $(n_1 - 2)\pi - \Sigma\omega_1$, où n_1 est le nombre des côtés, $\Sigma\omega_1$ la somme des angles euclidiens de $\mathfrak{P}_1$ (ou de $\mathfrak{P}'_1$).

7. *Remarque.* — On ne trouve pas toujours, pour les angles de $\mathfrak{P}$ ou de $\mathfrak{P}_1$, des parties aliquotes de π; mais il est possible d'obtenir directement la valeur exacte de $\Sigma\omega$ ou de $\Sigma\omega_1$, en étudiant la correspondance des côtés de ces domaines et les cycles que forment leurs sommets.

Soient, par exemple, $P = 15$ et $D = 1$. La formule (10) donne

$$(11) \qquad \mathcal{A}_1 = \frac{15\pi}{2}\,\frac{6}{5}\,\frac{4}{3} = 12\pi.$$

D'autre part, on trouve pour $\mathfrak{P}'_1$ un polygone de $n_1 = 26$ côtés, ayant six angles nuls. Aucun des sommets n'est point double de substitution elliptique de (γ); en étudiant la correspondance des côtés, on constate que les côtés (λ, ν) et $(-\lambda_0, \nu)$ sont équivalents dans (γ); on en déduit que les *vingt* sommets d'angles non nuls se répartissent en *six* cycles, dont deux comprennent *quatre* sommets, et les quatre autres *trois*. La somme des angles euclidiens, pour les sommets d'un même cycle, étant 2π, on a ainsi

$$\Sigma\omega_1 = 12\pi, \qquad \text{d'où} \qquad (n_1 - 2)\pi - \Sigma\omega_1 = 24\pi - 12\pi = 12\pi,$$

conformément à (11).

(¹) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 287.

M. **Paul Sabatier** fait hommage d'un Volume qu'il vient de publier sous le titre : *La catalyse en chimie organique*.

CORRESPONDANCE.

MM. **Léon Bouthillon, Auguste Cros, Édouard Doublet, O. Duboscq, Joseph Franchini, F. Gagnepain, A. Guillet, Jacques de Lapparent, L. Léger, Roger Liouville, Jean Mascart, Paul Sollier, Jean Villey** adressent des remercîments pour les distinctions que l'Académie a accordées à leurs travaux.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Sur les équations intégrales singulières à noyau réel et symétrique*. Note [1] de M. **T. Carleman**, présentée par M. E. Goursat.

Considérons des équations intégrales

$$\varphi(x) - \lambda \int_a^b \mathrm{K}(x, y)\varphi(y)\,dy = f(x), \tag{1}$$

où le noyau réel et symétrique $\mathrm{K}(x, y)$ jouit encore de la propriété qu'il y a un nombre fini de points $\xi_1, \xi_2, \ldots, \xi_n$, tels que pour

$$|x - \xi_\nu| > \delta \qquad (\nu = 1, 2, \ldots, n)\ [2],$$

l'intégrale

$$\mathrm{K}(x)^2 = \int_a^b \mathrm{K}(x, y)^2\,dy$$

existe et représente une fonction bornée, quel que soit δ [3]. Nous nous proposons ici de faire voir que ces équations se groupent naturellement en deux classes distinctes avec des propriétés très différentes.

---

(1) Séance du 9 août 1920.

(2) Si le domaine d'intégration est infini, il faut ajouter la condition $|x| < \frac{1}{\delta}$.

(3) Si a ou b est infini, nous ajoutons les conditions

$$|x| < \frac{1}{\delta}, \qquad |y| < \frac{1}{\delta}.$$

Dans ce qui suit, nous aurons à utiliser fréquemment le lemme suivant, dû à M. F. Riesz.

Lemme R. — Soient $f_1(x), f_2(x), \ldots, f_n(x), g_1(x), g_2(x), \ldots, g_n(x)$ deux suites de fonctions à carré intégrable qui tendent vers des limites $f(x)$ et $g(x)$ presque partout. Alors on peut faire tendre n vers l'infini sous le signe d'intégration dans l'intégration $\int_a^b f_n(x)g_n(x)\,dx$ pourvu qu'il existe une fonction $h(x)$ à carré intégrable et une constante C tels que, pour toute valeur de n, on ait

$$|f_n(x)| < h(x), \qquad \int_a^b |g_n(x)|^2 < \mathrm{C}.$$

On ne peut pas remplacer la première condition par

$$\int_a^b |f_n(x)|^2\,dx < \mathrm{C}.$$

Introduisons maintenant un noyau $\mathrm{K}_\delta(x, y)$ qui ne diffère de $\mathrm{K}(x, y)$ que pour $|x - \xi_\nu| < \delta$ et pour $|y - \xi_\nu| < \delta$ $(\nu = 1, 2, \ldots, n)$.

Pour ces valeurs on aura par définition $\mathrm{K}_\delta(x, y) = 0$. Si l'on remplace dans (1) $\mathrm{K}(x, y)$ par $\mathrm{K}_\delta(x, y)$, on obtient une équation qui, pour

$$\lambda = \alpha + i\beta \qquad (\beta \neq 0),$$

admet une solution $\varphi_\delta(x)$, satisfaisant, comme le montre un calcul facile, à l'inégalité

$$\int_a^b |\varphi_\delta(x)|^2\,dx \leqq \left|\frac{\lambda}{\beta}\right|^2 \int_a^b |f(x)|^2\,dx. \tag{2}$$

Nous en obtenons, au moyen de l'équation intégrale, pour $\varphi_\delta(x)$ l'inégalité

$$|\varphi_\delta(x)| < |f(x)| + \frac{|\lambda|^2}{|\beta|}\mathrm{K}(x)\sqrt{\int_a^b |f(x)|^2\,dx}.$$

Le second membre étant indépendant de δ, on peut, par un procédé connu, trouver une suite $\delta_1, \delta_2, \ldots, \delta_\nu$ telle que $\lim\limits_{\nu=\infty} \varphi_{\delta_\nu}(x) = \varphi(x)$ existe pour $x \neq \xi_\mu$ $(\mu = 1, 2, \ldots, n)$; $\varphi(x)$ est à carré intégrable et satisfait en vertu du lemme R à l'équation (1). Donc : *pour toute valeur non réelle de* λ *et pour toute fonction* $f(x)$ *à carré intégrable, l'équation* (1) *admet une solution* $\varphi(x)$ *à carré intégrable*. Supposons maintenant que pour une valeur complexe λ^*

l'équation homogène

$$\varphi(x) - \lambda^* \int_a^b \mathrm{K}(x, y)\varphi(y)\,dy = 0$$

n'ait pas d'autre solution à carré intégrable que $\varphi(x) = 0$.

Désignons par $\mathrm{T}(f)$ l'unique solution, toujours existante, de (1) pour $\lambda = \lambda^*$. En introduisant le noyau $\mathrm{K}_\delta(x, y)$, on peut grâce au lemme R, par un passage à la limite approprié, démontrer l'égalité

$$\text{(3)} \qquad \int_a^b \mathrm{T}(f_1) f_2\,dt = \int_a^b \mathrm{T}(f_2) f_1\,dt,$$

f_1 et f_2 étant deux fonctions à carré intégrable quelconque.

Nous disons que λ est une *valeur caractéristique* de $\mathrm{K}(x, y)$ s'il existe une fonction $\varphi(x)$ à carré intégrable non identiquement nulle (*fonction fondamentale*) qui satisfait à l'égalité $\varphi(x) - \lambda \int_a^b \mathrm{K}(x,y)\varphi(y)\,dy = 0$.

Démontrons maintenant le théorème suivant : *Ou bien toute valeur caractéristique du noyau* $\mathrm{K}(x, y)$ *est réelle, ou bien tout nombre non réel est une valeur caractéristique pour* $\mathrm{K}(x, y)$. Supposons en effet qu'il y ait une valeur complexe non caractéristique λ^* et une autre valeur λ à laquelle corresponde une fonction fondamentale $\varphi(x)$. On vérifie facilement qu'on a

$$\left(1 - \frac{\lambda^*}{\lambda}\right)\mathrm{T}(\varphi) = \varphi \qquad \text{et} \qquad \left(1 - \frac{\lambda^*}{\bar\lambda}\right)\mathrm{T}(\bar\varphi) = \bar\varphi.$$

Donc en vertu de (3)

$$\text{(4)} \qquad \frac{1}{1 - \frac{\lambda^*}{\lambda}} \int_a^b \varphi\bar\varphi\,dx = \frac{1}{1 - \frac{\lambda^*}{\bar\lambda}} \int_a^b \varphi\bar\varphi\,dx;$$

d'où $\lambda = \bar\lambda$, ce qui prouve le théorème. Il est commode de grouper les noyaux considérés en *deux classes I et II*, suivant que la première ou la seconde partie de l'énoncé précédent est applicable. L'exemple suivant nous montre qu'*il y a effectivement des noyaux qui appartiennent à la classe II*. Définissons, comme il suit, un noyau $\mathrm{K}(x, y)$

$$\mathrm{K}(x, y) = a^n \begin{cases} \text{pour} & n < x < n+1 \quad \text{et} \quad n < y < n+1 \\ \text{»} & n-1 < y < n \quad \text{»} \quad n-1 < x < n \end{cases}$$

$$(n = 1, 2, \ldots, a > 1)$$

$\mathrm{K}(x, y) = 0$ partout ailleurs.

Il nous suffit de constater que les équations $x_1 = 1$, $x_1 - \lambda a x_2 = 0$, $x_{n+1} - \lambda(a^n x_n + a^{n+1} x_{n+2}) = 0$ $(n = 1, 2, \ldots)$ définissent une suite x_1, $x_2, \ldots, x_n, \ldots$ telle que $\sum_{\nu=1}^{\infty} |x_\nu|$ est convergente pour $\lambda \neq 0$.

Signalons encore le théorème suivant qui n'est qu'un cas particulier d'une proposition plus générale : *On ne change pas la classe d'un noyau en lui ajoutant un noyau borné.*

Pour les noyaux de la classe I, deux fonctions fondamentales qui correspondent à des valeurs caractéristiques différentes sont orthogonales l'une à l'autre, ce qui n'a pas lieu en général si le noyau est de la classe II.

MÉCANIQUE. — *Déformation d'un ressort en hélice dont les extrémités sont encastrées.* Note [1] de M. **Galbrun**, présentée par M. G. Kœnigs.

Un ressort, dont la fibre neutre à l'état naturel est une hélice circulaire, éprouve, sous l'action d'une force parallèle à l'axe du cylindre portant l'hélice, de petites déformations, qui dépendent d'une équation différentielle du quatrième ordre [2]; en reprenant les notations d'une Note précédente, la solution générale de cette équation s'écrit

$$\delta\theta = l_0 - H_2 + f(\psi), \tag{1}$$

avec

$$f(\psi) = l_1 e^{\gamma_1 \psi} + l_2 e^{\gamma_2 \psi} + l_3 e^{\gamma_3 \psi} + l_4 e^{\gamma_4 \psi}.$$

Dans le cas de la compression, on a

$$\gamma_1 = i(1 + \beta - \alpha), \qquad \gamma_2 = -i(1 + \beta - \alpha),$$
$$\gamma_3 = i(1 - \beta - \alpha), \qquad \gamma_4 = -i(1 - \beta - \alpha),$$

avec

$$\beta = \frac{1}{2}\sqrt{-b(L + M)}, \qquad \alpha = \frac{1}{8} b(L - M).$$

Dans le cas de la traction, on a

$$\gamma_1 = \beta + i(1 - \alpha), \qquad \gamma_2 = \beta - i(1 - \alpha),$$
$$\gamma_3 = -\beta + i(1 - \alpha), \qquad \gamma_4 = -\beta - i(1 - \alpha),$$

---

(1) Séance du 9 août 1920.

(2) *Comptes rendus*, t. 171, 1920, p. 191.

avec

$$\beta = \frac{1}{2}\sqrt{b(\mathrm{L}+\mathrm{M})}, \qquad \alpha = \frac{1}{8}b(\mathrm{L}-\mathrm{M}).$$

Les quantités L et M, données par les formules indiquées précédemment, ne dépendent que du pas de l'hélice et des trois rayons de giration; la quantité b a pour expression

$$b = \frac{\mathrm{G}_3 \mathrm{R}^2}{\mathrm{E}\sigma \sin^2\theta},$$

où G_3 est la composante parallèle à l'axe du cylindre de la force agissant sur l'extrémité du ressort; ses composantes G_1 et G_2 suivant deux axes rectangulaires de la section droite sont telles que les rapports $k_1 = \frac{\mathrm{G}_1}{\mathrm{G}_3}$, $k_2 = \frac{\mathrm{G}_2}{\mathrm{G}_3}$, restent très petits.

Le problème intéressant dans la pratique est de trouver les expressions des composantes δx, δy, δz du déplacement de l'une des extrémités du ressort par rapport à l'autre sous l'action de la force G_1, G_2, G_3; nous nous plaçons ici dans le cas où ces extrémités, situées à l'état naturel sur une même génératrice du cylindre, sont encastrées de telle sorte que les quantités $\delta\theta$, $\delta\varphi$, $\delta\psi$ y sont constamment nulles.

Deux remarques permettent de simplifier les calculs; la quantité b est dans la pratique assez petite pour que le module de $e^{\alpha\psi}$ ou $e^{i\alpha\psi}$ reste négligeable devant l'unité, tout le long de la fibre neutre pourvu que le nombre n de spires du ressort ne soit pas trop considérable; pour la même raison, on peut négliger les termes proportionnels à la seconde puissance de b et aux puissances supérieures.

En écrivant que les expressions de $\delta\theta$ et $\delta\varphi$ ainsi simplifiées sont nulles pour $\psi = 0$ et $\psi = 2n\pi$, on obtient les expressions des quatre constantes d'intégration l_1, l_2, l_3, l_4 et l'on trouve dans le cas de la compression

$$(2) \quad \left\{ \begin{aligned} \delta x &= 2\mathrm{R}k_1 \frac{\cos\theta}{\sin\theta} n\pi \left(1 - \frac{2}{\gamma}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}\right), \\ \delta y &= 2n\pi\mathrm{R}\frac{a_0}{m_1} + 2n\pi k_2 \mathrm{R}\frac{\cos\theta}{\sin\theta} + 2\mathrm{R}\frac{\cos\theta}{\sin\theta}\,\frac{l_0 - k_2}{\beta}\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}, \\ \delta z &= -2\mathrm{R}\left[n\pi l_0 + \frac{2\varkappa^2 m_3 \beta (l_0 - k_2)\operatorname{tang}\frac{\gamma}{2}}{\lambda^2\delta^2\left(1 + \frac{k^2 m_3}{\lambda^2\delta^2}\right)} \right] \end{aligned} \right.$$

et dans celui de la traction

$$(2')\quad \begin{cases} \delta x = 2\mathrm{R}k_1 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} n\pi\left(1 - \dfrac{2}{\gamma}\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}\right), \\ \delta y = 2n\pi\mathrm{R}\,\dfrac{a_0}{m_1} + 2n\pi k_2\mathrm{R}\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta} + 2\mathrm{R}\dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\,\dfrac{l_0 - k_2}{\beta}\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}, \\ \delta z = -2\mathrm{R}\left[n\pi l_0 - \dfrac{2\varkappa^2 m_3\beta(l_0 - k_2)\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}}{\lambda^2\mathfrak{I}^2\left(1 + \dfrac{k^2 m_3}{\lambda^2\mathfrak{I}^2}\right)}\right] \end{cases}$$

avec

$$m_1 = \cos\theta\sin\theta(\lambda^2 - \mathfrak{I}^2), \qquad m_2 = \lambda^2\cos^2\theta + \mathfrak{I}^2\sin^2\theta, \qquad m_3 = \lambda^2\sin^2\theta + \mathfrak{I}^2\cos^2\theta,$$
$$a_0 = l_0(m_2 + b\cos\theta) + b\sin\theta, \qquad \gamma = 2n\pi\beta.$$

Ces expressions ne contiennent plus que la constante d'intégration l_0; pour la calculer on écrit que la différence des valeurs de $\delta\psi$ pour $\psi = 0$ et $\psi = 2n\pi$ est nulle; on obtient alors les expressions (3) et (3') :

$$\text{Compression (3)}\quad \begin{cases} \delta x = 2n\pi\mathrm{R}k_1 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\left(1 - \dfrac{2}{\gamma}\,\mathrm{tang}\,\dfrac{\gamma}{2}\right), \\ \delta y = 2n\pi\mathrm{R}k_2 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\left(1 - \dfrac{2}{\gamma}\,\mathrm{tang}\,\dfrac{\gamma}{2}\right) - 2\,\mathrm{tang}\,\dfrac{\gamma}{2}\,\dfrac{b\cos\theta\mathrm{R}}{m_2\beta}, \\ \delta z = \dfrac{2\mathrm{R}}{m_2}\left\{b\sin\theta\left[n\pi + \dfrac{2\varkappa^2\beta\,\mathrm{tang}\,\dfrac{\gamma}{2}}{m_2\left(1 + m_3\dfrac{k^2}{\lambda^2\mathfrak{I}^2}\right)}\right] + 2\varkappa^2\dfrac{k_2\beta\,\mathrm{tang}\,\dfrac{\gamma}{2}}{1 + m_3\dfrac{k^2}{\lambda^2\mathfrak{I}^2}}\right\}; \end{cases}$$

$$\text{Traction (3')}\quad \begin{cases} \delta x = 2n\pi\mathrm{R}k_1 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\left(1 - \dfrac{2}{\gamma}\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}\right), \\ \delta y = 2n\pi\mathrm{R}k_2 \dfrac{\cos\theta}{\sin\theta}\left(1 - \dfrac{2}{\gamma}\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}\right) - 2\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}\,\dfrac{b\cos\theta\mathrm{R}}{m_2\beta}, \\ \delta z = \dfrac{2\mathrm{R}}{m_2}\left\{b\sin\theta\left[n\pi - \dfrac{2\varkappa^2\beta\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}}{m_2\left(1 + m_3\dfrac{k^2}{\lambda^2\mathfrak{I}^2}\right)}\right] - 2\varkappa^2\dfrac{k_2\beta\,\mathrm{th}\,\dfrac{\gamma}{2}}{1 + m_3\dfrac{k^2}{\lambda_2\mathfrak{I}_2}}\right\}. \end{cases}$$

A cet ordre d'approximation on trouverait les mêmes expressions en supposant que, pour $\psi = 2n\pi$, la section droite du ressort peut tourner autour de l'axe du cylindre, c'est-à-dire que la composante suivant cet axe du couple agissant sur la section est nulle.

Les formules (3) et (3') montrent que dans le cas où la force agissant sur l'extrémité du ressort est parallèle à l'axe du cylindre ($k_1 = k_2 = 0$),

l'extrémité se déplace dans le plan tangent au cylindre; de plus, quand le pas est petit, c'est-à-dire θ voisin de $\frac{\pi}{2}$, la partie principale de δz est

$$\delta_2 = \frac{2 R n \pi b}{\mathcal{G}^2},$$

formule usuelle indiquée dans les Traités de Mécanique appliquée.

INSTRUMENTS DE MESURE. — *Sur une nouvelle classe d'appareils de mesure pour l'évaluation directe des grandeurs fonctions de deux variables.* Note de MM. **L. Barbillion** et **M. Dugit**, présentée par M. A. Rateau.

Les appareils à deux aiguilles rectilignes (wattmètres et fréquencemètres Ferrié-Carpentier par exemple) réalisent, comme on le sait, pratiquement et commodément, dans certains cas particuliers, la mesure directe d'une fonction de deux variables.

L'erreur de parallaxe, l'indétermination du point d'intersection des deux aiguilles rectilignes qui se coupent sous des angles variables, la répartition des courbes isolignes sur le cadran, imposée par la forme de la fonction à mesurer et les liaisons mécaniques de l'appareil, limitent nécessairement la précision des lectures et la valeur des mesures.

Cette Note a pour objet la présentation d'une nouvelle classe d'appareils à deux aiguilles. Ils se distinguent des précédents (instruments à deux aiguilles rectilignes tournant autour d'axes distincts) par l'emploi, soit de deux aiguilles curvilignes de formes particulières, soit d'un système composé le plus généralement d'une aiguille curviligne et d'une aiguille rectiligne. Les aiguilles tournent autour d'un axe commun.

L'erreur de parallaxe est considérablement atténuée. Les rotations des aiguilles autour de l'axe commun ne sont plus nécessairement limitées à des angles de valeurs déterminées pour sauvegarder la précision des mesures, la possibilité des lectures et les dimensions des cadrans.

On dispose, d'autre part, sans complication mécanique aucune, de la forme et de la répartition des courbes isolignes.

Soit, en effet,

$$Q = F(\lambda, \mu) \tag{1}$$

une grandeur fonction de deux variables λ et μ. Proposons-nous de la mesurer avec un instrument à deux aiguilles constituées par deux courbes

matérielles C_1 et C_2 dont les équations en coordonnées polaires sont

$$(2) \qquad \begin{cases} \omega = f(\rho) & C_1, \\ \omega = g(\rho) & C_2. \end{cases}$$

Ces courbes tournent autour de leur pôle commun d'angles fonctions de λ et de μ. De la sorte, les coordonnées des points d'intersection des courbes C_1 et C_2 satisfont à chaque instant aux équations suivantes :

$$(3) \qquad \begin{cases} \omega = \Phi(\rho, \lambda, \mu), \\ \omega = \Psi(\rho, \lambda, \mu). \end{cases}$$

L'élimination de λ et μ entre l'équation (1) et les équations (3) donne

$$(4) \qquad Q = \Theta(\rho, \omega),$$

lieu des points d'intersection des aiguilles pour chaque valeur de Q. Le réseau des courbes Q constitue la graduation.

On peut disposer des fonctions f et g pour que l'intersection des aiguilles soit graphiquement bien déterminée et pour que le réseau des isolignes comporte des courbes espacées le plus régulièrement possible.

L'emploi de deux arcs de spirales logarithmiques ou d'une droite et d'une spirale logarithmique réalisent notamment des systèmes dans lesquels sera parfaitement défini le point d'intersection des aiguilles.

En général, les courbes C_1 et C_2 sont telles que, pour des rotations comprises entre 0° et 360°, elles se coupent toujours une seule fois dans le plan du cadran.

Les appareils de cette classe s'accommodent fort bien de la forme circulaire ordinairement adoptée dans les appareils de mesure usuels. Ils ne supposent aucune difficulté spéciale de construction. La réalisation d'axes concentriques est d'un emploi courant en horlogerie.

Quant à la fabrication des aiguilles, c'est affaire de matrices de découpage ou de gabarits de mise en forme, soigneusement établie. Il est toujours possible, d'autre part, de vérifier, à chaque instant, par des procédés simples, la permanence de la forme des aiguilles. On peut les construire très légères en employant le celluloïd, la fibre. Mais les aiguilles métalliques filiformes donnent de bons résultats.

Nombreuses sont les applications de ce principe. Nous en citerons deux.

1° *Appareil indicateur de vitesse relative pour aéronef.* — Un organe barométrique mesure la pression P_1 de l'atmosphère; un organe manométrique la dépression $P_1 - P_2$ au col d'un ajutage de Venturi. Ces organes

commandent respectivement une aiguille curviligne (spirale logarithmique, en général) et une aiguille rectiligne coaxiale. Les courbes isolignes satisfont à la condition

$$\frac{P_1 - P_2}{a} = \text{const.}$$

($P_1 - P_2 = KaV^2$, a densité de l'air, V vitesse cherchée, K constante dépendant de l'ajutage).

L'instrument réunit, sans confusion, sur le même cadran, les indications suivantes :

1° Le produit aV^2 (aiguille rectiligne manométrique) ;

2° La pression barométrique (aiguille barométrique) ;

3° La vitesse relative, corrigée de l'erreur de densité, par la position de l'intersection des deux aiguilles.

Resterait, pour être rigoureux, à faire la correction de température. En première approximation, on peut construire le réseau des isolignes en adoptant une loi moyenne de répartition des températures aux diverses altitudes. Tant que la température, au moment de la mesure, ne s'écarte pas en valeur absolue de plus de 5° C. de la température moyenne admise, la correction à faire est inférieure au $\frac{1}{100}$ de la lecture. Or, au-dessus de 2500^m, les sondages ne révèlent pas plus de 5° C. pour de tels écarts.

Dans une évaluation au $\frac{1}{100}$ près, la correction de température ne s'impose qu'aux faibles altitudes. On peut la faire au moyen des tables à double entrée établies en fonction des vitesses lues V et de la température. On l'a aussi réalisée automatiquement en décalant convenablement l'une des deux aiguilles par un mécanisme différentiel que commande un relais thermométrique.

2° *Contrôles de la carburation dans les moteurs à explosions.* — Le bon fonctionnement et le rendement normal du moteur à explosions exigent que les proportions en poids d'air et d'essence du mélange explosif soient définies et constantes.

Le poids de l'air dépend de sa densité, le poids de l'essence de la dépression sous laquelle elle est débitée. La condition de carburation constante se traduit par une relation entre la pression extérieure P_1 et la dépression $P_1 - P_2$ sur l'essence.

L'indicateur de carburation est de tous points analogue à l'appareil précédent. Il combine, sur un même cadran, les indications d'un organe barométrique et celles d'un organe manométrique. Les aiguilles se croisent sur

une courbe, tracée dans le plan du cadran, et représentant le lieu des points d'intersection correspondant au dosage donné.

L'adjonction d'un connecteur sur la dépression au-dessus de l'essence permet de modifier convenablement le dosage du mélange explosif, moyen plus simple et plus sûr que l'automaticité, souvent illusoire, de la plupart des carburateurs.

Remarque importante. — Si l'on admet que la vitesse d'écoulement de l'air à travers un ajutage est inversement proportionnelle à la racine carrée de la densité, les relations qui expriment les conditions de carburation constante sont indépendantes de la température extérieure.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *Sur les pouvoirs absorbants des atmosphères des étoiles. Méthode permettant de les comparer et d'en déterminer les valeurs numériques minima. Premiers résultats.* Note [1] de M. **Charles Nordmann**, présentée par M. Bigourdan.

On ne possède jusqu'ici aucune donnée sur les valeurs des pouvoirs absorbants des atmosphères des étoiles.

Je me propose de montrer qu'on peut aborder ce problème et y obtenir des données quantitatives en utilisant d'une part les résultats déjà obtenus sur les températures effectives des étoiles, d'autre part l'expression que j'ai donnée naguère (*Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 664), qui indique le rendement lumineux du « corps noir » aux températures élevées, et enfin les résultats expérimentaux récemment obtenus par M. Coblentz concernant le rayonnement thermique de diverses étoiles (*Lick Obs.*, Bull. n° 266).

Le rendement lumineux du « corps noir » aux températures élevées, c'est-à-dire le rapport de son rayonnement lumineux à son rayonnement total, peut, comme je l'ai montré (*loc. cit.*), être exprimé, à un facteur constant près, par

$$R = \frac{A}{\left(e^{\frac{K}{T}} - 1\right)T^4}, \tag{1}$$

où T est la température absolue et $K = \frac{14600}{0,54} = 27000$.

Si l'on construit une courbe représentative de R calculé par la formule (1) et correspondant à diverses valeurs de T, on trouve que cette courbe

(1) Séance du 9 août 1920.

partant de zéro passe par un maximum correspondant à la température effective du Soleil et redescend assez rapidement pour des températures croissantes.

Le rendement lumineux du corps noir diminue donc assez rapidement à mesure que la température s'élève au-dessus de celle du Soleil. Si les étoiles étaient, au point de vue de la composition de leur rayonnement, assimilables rigoureusement à des « corps noirs », il en serait de même pour elles. Or les mesures faites récemment par M. Coblentz sur certaines étoiles au moyen du « Crossley Reflector » et d'une pile thermo-électrique ultrasensible, permettent de voir à cet égard ce qu'il en est pour celles de ces étoiles dont les températures effectives sont connues.

Si (comme l'a fait M. Frost, *Popular Astronomy*, vol. 24, p. 136) nous ramenons les déviations de la pile thermo-électrique obtenues par M. Coblentz pour les diverses étoiles étudiées à ce qu'elles seraient si toutes ces étoiles avaient la même grandeur stellaire, c'est-à-dire le même éclat apparent, on obtient des nombres qui sont inversement proportionnels au rendement lumineux de ces étoiles.

La comparaison de ces rendements lumineux réels (que j'appellerai L pour simplifier) avec les rendements lumineux du « corps noir » correspondant aux températures effectives de ces étoiles, et que j'ai appelé R ci-dessus, fournit des renseignements fort remarquables.

Tout d'abord cette comparaison montre que les valeurs de L diminuent comme les valeurs de R en passant des étoiles du type solaire (type G de Harvard) aux étoiles plus froides. La courbe figurative des L a pour ces classes d'étoiles la même allure que la courbe des R. Il n'en est plus de même lorsqu'on passe des étoiles du type solaire (G) aux étoiles plus chaudes (type F, A, B de Harvard). En passant du type G au type B, le rendement lumineux augmente en moyenne, alors qu'il devrait théoriquement diminuer. En fait donc, les étoiles du type solaire, comparées aux étoiles plus chaudes, émettent proportionnellement moins de lumière et plus de chaleur que si elles étaient assimilables à des radiateurs intégraux. Or on a montré (1) que le soleil, à cause de son atmosphère, n'émet pas quantitativement le rayonnement qu'on calculerait d'après sa température effective, mais un rayonnement plus grand.

Il est clair que, pareillement, ce sont les différences existant entre les pouvoirs absorbants des atmosphères stellaires qui doivent être les causes

---

(1) *Comptes rendus*, t. 150, 1910, p. 448.

principales, sinon exclusives, des différences constatées entre les valeurs relatives des rendements lumineux réels et théoriques de ces étoiles.

Or l'absorption générale d'une atmosphère gazeuse peut être, comme l'a montré lord Rayleigh, attribuée à la diffusion des rayons sur les molécules. L'accord de la théorie avec les faits a été démontré dans le cas des atmosphères terrestre et solaire et l'on peut la considérer comme bien établie. Cette absorption générale atmosphérique (qui croît des petites aux grandes longueurs d'onde) doit donc avoir les mêmes caractères dans les étoiles.

Etant donné d'ailleurs que l'absorption globale est plus faible que l'absorption des rayons lumineux, ainsi qu'il a été constaté dans le cas des atmosphères du Soleil et de la Terre, et conformément à la théorie de Rayleigh, il résulte des constatations précédentes, que *l'absorption générale des atmosphères des étoiles décroît, en moyenne, régulièrement, lorsqu'on passe des étoiles solaires aux étoiles plus chaudes.*

Sans entrer à cet égard dans des détails qui seront développés ailleurs, les données suivantes, relatives à quelques étoiles particulières, montrent comment on peut serrer quantitativement le problème de plus près encore.

Le Tableau suivant se rapporte à six des étoiles dont le rayonnement global a été mesuré par M. Coblentz, et dont les températures effectives mesurées par moi, puis (par une autre méthode) par M. Rosenberg, ont fourni des nombres assez concordants, sauf pour α Lyre [1].

Dans ce Tableau, L indique (à un facteur près) le rendement lumineux déduit des mesures de Coblentz, et R_N et R_R les rendements lumineux théoriques déduits des températures effectives de Nordmann et de Rosenberg. On a choisi l'unité arbitraire, utilisée dans ce Tableau, de manière que les valeurs de R et L concordent pour α Cocher.

Nom de l'étoile.	Température effective. Nordmann.	Rosenberg.	L.	R_N.	R_R.	$R = \frac{R_N + R_R}{2}$.
δ Persée.........	18500°	15500°	62	21	36	28
β Persée.........	13300	12000	56	48	57	52
α Lyre..........	12200	22000	119	55	13	34
α Persée.........	8300	6500	59	83	89	86
α Petite Ourse...	8200	5200	165	84	75	79
γ Cygne.........	5620	5100	119	83	74	78
α Cocher........	4720	4500	63	65	61	63

[1] *Comptes rendus*, t. 156, 1913, p. 1315.

On voit que si, en moyenne, le pouvoir absorbant des atmosphères stellaires croît en passant des étoiles les plus chaudes aux étoiles solaires, il y a des écarts individuels à cette règle.

Soient d'ailleurs L_1 et R_1, L_2 et R_2 les valeurs respectives de L et R pour deux étoiles (des types stellaires considérés), et tels que $\frac{L_1}{R_1} > \frac{L_2}{R_2}$. Désignons par n le rapport de $\frac{L_1}{R_1}$ à $\frac{L_2}{R_2}$.

Soient p_T le coefficient de transmission global de l'atmosphère terrestre et p_V le coefficient de transmission de cette atmosphère pour les rayons visuels. On voit facilement que l'atmosphère de la deuxième étoile équivaut, au point de vue de son pouvoir absorbant, au minimum à un nombre x d'atmosphères terrestres, x étant donné par

$$\log n = x(\log p_T - \log p_V).$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Cas d'isomérie dans la série des α-cétoacides aromatiques.* Note [1] de MM. **H. Gault** et **R. Weick**, transmise par M. Haller.

Nous avons montré, dans une Communication récente [2], que l'éther phénylpyruvique peut être obtenu sous deux formes isomériques : l'une α solide (F. = 51°), l'autre β liquide ($E_{15} = 149°$). Au cours de l'étude approfondie de ces deux isomères, nous sommes parvenus, sous la simple action d'une solution d'acétate de sodium sur l'éther liquide β, à isoler une troisième modification γ. Le rendement en éther γ ne dépasse d'ailleurs pas 30 pour 100, la réaction fournissant simultanément une proportion importante d'éther phénylbenzyl-cétobutyrolactone carbonique :

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\quad COOC^2H^5 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad | \\ C^6H^5-CH^2-C\text{——}O \diagdown \\ \qquad\qquad\qquad\qquad | \qquad\quad\ \ \rangle CO \\ \qquad C^6H^5-CH-CO \diagup \end{array}$$

L'éther γ est solide (F. = 79°), stable à l'air, peu soluble dans l'alcool éthylique à froid et, à la différence des éthers α et β, n'est pas coloré par le perchlorure de fer. Il fournit, par contre, les mêmes dérivés (phénylhydrazone, semicarbazone, combinaison bisulfitique) que ses deux isomères, et

(1) Séance du 9 août 1920.

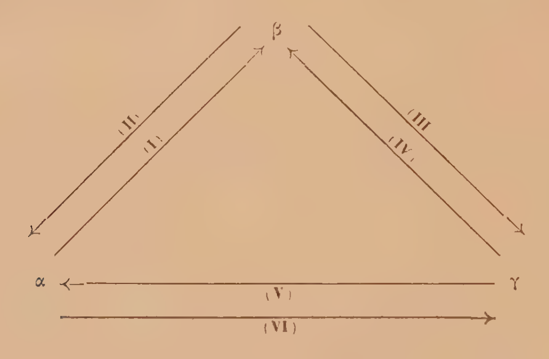
(2) *Comptes rendus*, t. **170**, 1920, p. 1392.

les déterminations analytiques ne laissent aucun doute sur sa constitution élémentaire. Toutefois, contrairement à ce que nous avons observé dans le cas des éthers α et β, les déterminations du poids moléculaire par voie cryoscopique donnent, en milieu benzénique, des résultats anormaux :

Cryoscopie dans l'acide acétique	195
Cryoscopie dans le benzène	376, 364, 366
Calculé pour $C^{11}H^{12}O^{3}$	192

Il se produit donc, en milieu benzénique, une association moléculaire certaine.

Les trois modifications α, β, γ donnent lieu à toute une série de transformations réciproques :



(I) et (IV) : les éthers α et γ se transforment en éther β par distillation lente sous pression réduite ; (II) et (V) : les éthers β et γ, en solution éthérée, se transforment en éther α par agitation avec une solution de carbonate de sodium ; (III) : l'éther β se transforme en éther γ sous l'action directe d'une solution d'acétate de sodium ; (VI) : nous n'avons pu réaliser jusqu'à présent le passage (VI).

Nous avons entrepris d'établir la constitution réelle de ces trois formes isomériques en nous adressant tout d'abord aux méthodes purement chimiques.

Nous nous sommes en particulier demandé, en nous basant sur la stabilité relative des trois éthers et sur les phénomènes de coloration observés avec le perchlorure de fer, si les formes α et β, peu stables et donnant une réaction positive, ne pourraient être considérées comme deux formes énoliques isomères géométriques :

$$\begin{array}{c} C^6H^5-C-H \\ \| \\ C^2H^5OOC-C-OH \end{array} \qquad \begin{array}{c} C^6H^5-C-H \\ \| \\ HO-C-COOC^2H^5 \end{array}$$

la forme γ très stable et donnant une réaction négative, ne serait autre, dans ces conditions, que la forme cétonique :

$$C^6H^5.CH^2.CO.COOC^2H^5.$$

Nous avons essayé de vérifier directement cette double hypothèse par l'emploi de deux méthodes chimiques : action de l'isocyanate de phényle et fixation du brome.

1° L'action de l'isocyanate de phényle ne nous a pas donné de résultat concluant : nous n'avons pu isoler les phényluréthanes correspondants et il semble probable que la chaîne carbonée se coupe.

2° L'action du brome sur les trois modifications α, β, γ nous a, par contre, fourni des indications positives.

a. Alors que le titrage direct par la méthode de K. Meyer semble difficilement applicable, la bromuration des éthers α et β (I) en solution sulfocarbonique à —15° conduit immédiatement, par contre, à un dérivé d'addition dibromé, incolore et parfaitement cristallisé (II).

Pendant toute la durée de la réaction, on n'observe aucun dégagement d'acide bromhydrique. Ce dérivé dibromé fond vers 55°-60° en tube fermé. Il ne colore pas le perchlorure de fer et ne fournit pas de phénylhydrazone. Il se décompose très rapidement à température ordinaire en perdant de l'acide bromhydrique et en se transformant en un dérivé monobromé liquide (III) ($E_{20} = 184°$) fournissant une phénylhydrazone (F. = 106°).

Cette double réaction de fixation et de dédoublement successif, les dosages de C, H, Br et la détermination du poids moléculaire nous conduisent à admettre le cycle de réactions suivant :

$$\underset{\text{(I).}}{C^6H^5-CH=\underset{\underset{OH}{|}}{C}-COOC^2H^5} \rightarrow \underset{\text{(II).}}{C^6H^5-\overset{\overset{Br}{|}}{CH}-\underset{\underset{OH}{|}}{\overset{\overset{Br}{|}}{C}}-COOC^2H^5}$$

$$\underset{\text{(II).}}{C^6H^5-\overset{\overset{Br}{|}}{CH}-\underset{\underset{OH}{|}}{\overset{\overset{\boxed{Br}}{|}}{C}}-COOC^2H^5} \rightarrow \underset{\text{(III).}}{C^6H^5-CHBr-CO-COOC^2H^5}$$

qui fournit une preuve directe à l'appui de la constitution énolique des formes α et β. La facilité avec laquelle on peut séparer, à basse température, le dérivé dibromé correspondant (II) est particulièrement intéressante : c'est, à notre connaissance, le premier dérivé d'addition dibromé énolique qui ait pu être isolé.

La bromuration des éthers α et β en solution sulfocarbonique à température ordinaire conduit directement au dérivé monobromé liquide ($E_{20} = 184°$).

b. La bromuration de l'éther γ en solution sulfocarbonique ne s'effectue ni à —15°, ni même à température ordinaire : il faut opérer à la température d'ébullition du

sulfure de carbone, et, dans ces conditions, en même temps que l'on observe un abondant dégagement d'acide bromhydrique, on obtient un dérivé bromé solide (F. = 151°) ne colorant pas le perchlorure de fer, et qui n'est autre que l'éther bromophénylbenzylcétobutyrolactone carbonique :

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\qquad COOC^2H^5 \\ \qquad\qquad\qquad\qquad\;\; | \\ C^6H^5 - CH^2 - C - O \searrow \\ \qquad\qquad\qquad\quad\;\; | \qquad\quad CO \\ \qquad\quad C^6H^5 - C - CO \nearrow \\ \qquad\qquad\qquad\quad\;\; | \\ \qquad\qquad\qquad\quad Br \end{array}$$

La constitution de ce dérivé ressort nettement de ses propriétés, des déterminations analytiques (poids moléculaire, etc.), et enfin de sa préparation par bromuration directe de l'éther cétolactonique.

La constitution que nous avons attribuée aux trois formes isomériques de l'éther phénylpyruvique semble donc démontrée par l'étude de leurs propriétés chimiques fondamentales. Nous avons entrepris, d'autre part, l'étude réfractométrique de cet éther.

CHIMIE ORGANIQUE. — *Synthèse d'une deuxième diamide, l'oxamide, par oxydation du sucre et de l'ammoniaque.* Note de M. **R. Fosse**, présentée par M. E. Roux.

1. Après avoir démontré que l'urée se forme dans cette expérience, si souvent discutée, de l'oxydation des protéiques, nous avons découvert que ce produit d'excrétion des animaux et des végétaux prend aussi naissance dans l'oxydation, en présence de l'ammoniaque, des autres principes carbonés contenus chez les êtres vivants : la *glycérine*, constituant des corps gras; les *hydrates de carbone : glucose, lévulose, saccharose, dextrine, inuline, amidon, cellulose*, ainsi que leur générateur : *l'aldéhyde formique* [1].

2. A ces synthèses de la diamide carbonique

$$NH^2 - CO - NH^2,$$

nous pouvons, aujourd'hui, ajouter celle de la diamide de l'acide oxalique,

$$NH^2 - CO - CO - NH^2,$$

réalisée en oxydant le sucre et l'ammoniaque par le permanganate de calcium.

---

(1) R. Fosse, *Annales de l'Institut Pasteur*, 1916; *Comptes rendus*, t. 154, 1912, p. 1448.

Dans un ballon de 1^l, contenant du saccharose (10^g), dissous dans de l'ammoniaque concentrée (200^cm³), on ajoute, en agitant et refroidissant, du permanganate de calcium cristallisé en plusieurs fois, dans l'intervalle de 10 à 30 minutes. Après destruction du caméléon, la mixture, étendue d'eau (100^cm³), portée à l'ébullition, est essorée à la trompe. Poids de matière pulvérulente, recueillie après 24 heures d'abandon du filtrat à la glacière : 0^g,5 à 0^g,7.

L'analyse complète de ce corps, purifié par cristallisation dans l'eau chaude, l'identifie à l'oxamide

Au contact de la soude et d'un sel de cuivre la matière donne la réaction du biuret, découverte à l'oxamide par Schiff.

L'eau, sous pression, l'hydrolyse en acide oxalique et ammoniaque.

L'ammoniaque à 22°, étendue de son volume d'eau, la transforme, à à l'ébullition au reflux, en acide oxamique, dont nous avons préparé et analysé les sels de calcium et de baryum.

3. Comment expliquer cette synthèse de l'oxamide?

Par le même mécanisme qui donne naissance à l'urée dans les mêmes conditions.

L'étude de la formation de l'urée par oxydation des hydrates de carbone et de l'ammoniaque nous a conduit à considérer comme termes précurseurs, intermédiaires, instables de ce corps : l'*acide cyanique* (isolé et identifié par l'analyse) et deux autres substances unicarbonées, auxquelles on attribue un rôle capital dans les synthèses chez les végétaux : l'*acide cyanhydrique* et l'*aldéhyde formique* [1].

$$CH^2O \xrightarrow{+NH^3+O} CNH \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} CO\begin{matrix}\diagup NH^2 \\ \diagdown NH^2\end{matrix}.$$

La formation de l'oxamide aux dépens du cyanogène [2] (Liebig), de l'acide cyanhydrique [3] (Attfield), ou du ferrocyanure de potassium [4] (Playfair) sont des faits depuis très longtemps connus.

Nous avons, de notre côté, constaté que l'oxydation de l'acide cyanhydrique et de l'ammoniaque conduit à l'oxamide dans des conditions expérimentales comparables à celles où le sucre et l'ammoniaque, oxydés, produisent cette diamide.

---

[1] R. Fosse, *Comptes rendus*, t. 168, 1919, p. 320, 908 et 1164; t. 169, p. 91.

[2] Liebig, *Annalen*, 1860, p. 146. — Schmidt et Glutz, *Berichte*, 1868, p. 66. — Radziszewski, *Berichte*, 1885, p. 355.

[3] Attfield, *Journal of the Chem.*, t. 1, 1848, p. 94.

[4] Playfair, *Jahresbericht*, 1849, p. 293.

L'urée et l'oxamide, formées par oxydation du sucre et de l'ammoniaque, dérivent d'une même source, l'acide cyanhydrique, qui provient, lui-même, de l'oxydation de l'aldéhyde formique et de l'ammoniaque. Le mécanisme qui les engendre est représenté par le schéma

$$CH^2O \xrightarrow{+NH^3+O} CNH \begin{cases} \xrightarrow{+O} CONH \xrightarrow{+NH^3} CO\begin{matrix}NH^2 \\ NH^2\end{matrix} \\ \xrightarrow[+\frac{1}{2}O]{} \frac{1}{2}\begin{matrix}CN \\ | \\ CN\end{matrix} \xrightarrow{+H^2O} \frac{1}{2}\begin{matrix}CO-NH^2 \\ | \\ CO-NH^2\end{matrix} \end{cases}$$

CHIMIE ORGANIQUE. — *Sur la transposition hydrobenzoïnique. Influence de la nature du réactif.* Note de MM. **Tiffeneau** et **Orékhoff**, présentée par M. Moureu.

On sait que l'hydrobenzoïne $C^6H^5.CHOH.CHOH.C^6H^5$ et ses homologues alcoylés (1) $C^6H^5.C(OH)(R).CHOH.C^6H^5$ sont transformés, sous l'action de l'acide sulfurique dilué à chaud, en diphénylacétaldéhyde $(C^6H^5)^2.CH.CHO$ et en homologues $(C^6H^5)^2.C(R).CHO$.

Dans tous les cas, l'oxhydrile persistant appartient à la fonction alcool secondaire et la transposition peut être formulée comme suit :

$$C^6H^5-\underset{|}{C}(R)-\underset{\substack{| \\ O \\ |}}{CH}-C^6H^5 \rightarrow \begin{matrix}C^6H^5 \\ C^6H^5\end{matrix}\!\!>C(R)-CHO.$$

On sait, d'autre part, que l'acide sulfurique concentré transforme à froid l'éthylhydrobenzoïne, non plus en aldéhyde, mais en une cétone isomère, l'éthyldésoxybenzoïne, sans transposition (2). Il en est de même du triphénylglycol, qui se transforme sans transposition en triphényléthanone (3). Dans ces deux réactions, c'est encore l'oxhydrile tertiaire qui est le plus instable; mais, au lieu de s'éliminer avec l'hydrogène de l'oxhydrile alcoolique voisin, il paraît s'unir à l'autre atome d'hydrogène.

$$C^6H^5(R).C(OH)-CH|OH.C^6H^5 \rightarrow C^6H^5(R).C=C(OH).C^6H^5.$$

(1) Tiffeneau et Dorlencourt, *Ann. de Chim. et de Phys.*, 8e série, t. 16, 1909, p. 237.

(2) Orékhoff, *Bull. Soc. chim.*, 4e série, t. 25, p. 9, 182.

(3) Orékhoff, *Ibid.*, p. 186.

Il y a ainsi, vraisemblablement, formation d'alcool vinylique qui s'isomérise en acétone correspondante.

Toutefois, dans le cas de l'éthylhydrobenzoïne, l'un de nous [1] avait signalé la présence, à côté de l'éthyldésoxybenzoïne, d'un composé indéterminé qu'on pouvait présumer être le même produit de transposition aldéhydique que dans l'action de l'acide dilué.

Nous avons repris cette étude et nous avons constaté que le produit ainsi obtenu n'est pas aldéhydique mais cétonique; c'est la diphényl-1.1-butanone-2 : $C^2H^5.CO.CH(C^6H^5)^2$. Il y a donc eu transposition phénylique, mais ce n'est plus le même phényle qui a émigré, comme le montre le schéma suivant :

$$\begin{matrix} C^6H^5 \\ C^2H^5 \end{matrix} \!\!> C(O) - CH - C^6H^5 \rightarrow C^2H^5 - CO - CH(C^6H^5)^2.$$

On voit que, dans ce cas, c'est l'oxhydrile secondaire qui s'est éliminé, tandis que l'oxygène persistant sous forme cétonique provient de l'oxhydrile tertiaire. L'un de nous [2] a déjà rapporté deux exemples de cette particularité dont nous avons nous-mêmes observé pareillement d'autres cas qui seront relatés prochainement.

Ainsi, dans la déshydratation des alcoylhydrobenzoïnes, on obtient des résultats différents suivant qu'on emploie l'acide sulfurique dilué ou concentré [3]; enfin la nature des radicaux alcoylés peut également modifier la réaction fournie par un même agent, car, avec la méthylhydrobenzoïne, l'acide sulfurique concentré ne nous a donné qu'un seul produit non transposé, la méthyldésoxybenzoïne, alors que, comme nous venons de le voir, l'éthylhydrobenzoïne fournit, dans les mêmes conditions, l'éthyldésoxybenzoïne et un produit transposé, la diphényl-1.1-butanone-2.

Étant donnée la formation de ce dernier produit de transposition, on pouvait se demander si la transformation du triphénylglycol en triphényléthanone, réaction qui s'effectue aussi bien par SO^4H^2 dilué que par SO^4H^2 concentré, ne résulte pas d'une transposition (I) plutôt que d'une simple

---

(1) Orékhoff, *Bull. Soc. Chim.*, 4e série, t. 25, p. 183.

(2) Orékhoff, *Ibid.*, p. 108, 112.

(3) Un pareil fait a déjà été signalé pour certains glycols. La pinacone donne avec SO^4H^2 dilué à chaud la pinacoline et, avec SO^4H^2 concentré à froid, du 2.3-diméthylbutadiène.

isomérisation par migration d'hydrogène (II),

$$\text{I.}\quad \begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>\! \underset{\underset{|}{O}}{\overset{|}{C}} - \overset{\downarrow}{C}H - C^6H^5 \qquad\qquad \text{II.}\quad \begin{matrix} C^6H^5 \\ C^6H^5 \end{matrix}\!\!>\! \overset{\downarrow}{C} = C(OH) - C^6H^5.$$

L'étude de divers homologues nous a conduit à admettre que, dans ce cas, c'est la réaction II qui a lieu.

En résumé, si nous exceptons le cas du triphénylglycol qui réagit de la même façon aux divers agents de déshydratation et qui d'ailleurs n'est pas une alcoylhydrobenzoïne mais une arylhydrobenzoïne, on peut conclure que, suivant que le réactif (SO^4H^2) est employé à l'état concentré ou dilué, la déshydratation des alcoylhydrobenzoïnes peut s'orienter dans plusieurs sens différents et provoquer la migration de l'un ou l'autre des deux radicaux phényles de ces hydrobenzoïnes.

MINÉRALOGIE. — *Sur la nature du conglomérat diamantifère de Diamantina* (*Brésil*). Note ([1]) de M. **H.-A. Brouwer**.

De très nombreux travaux ont été publiés sur l'origine des diamants du Brésil. D'après les dernières publications consacrées à la région de Diamantina ([2]), les gisements de diamant des hauts plateaux (conglomérats de Diamantina) sont regardés comme des alluvions d'anciennes rivières, dont les eaux auraient creusé un lit (atteignant jusqu'à 30^m de profondeur) dans un plateau constitué par des schistes anciens. Le but de cette Note est de montrer que le conglomérat de Diamantina n'est pas un dépôt d'un ancien stade de pénéplaine, mais qu'il est intercalé dans une série de quartzites et de schistes dont l'âge est peut-être algonkien et que le gisement primitif du diamant qu'il renferme doit être plus ancien, comme celui de certains gisements du Transvaal où de petits diamants ont été trouvés dans des conglomérats aurifères de ce même âge; ceci, en passant, prouve qu'il a existé dans l'Afrique australe des gisements primitifs de diamant beaucoup plus anciens que les cheminées de kimberlite dont l'âge n'est certainement pas antérieur au Jurassique.

([1]) Séance du 12 juillet 1920.

([2]) E.-C. Harder and R.-F. Chamberlin, *Journ. of Geology*, t. 23, 1915, p. 371, 413-424, et J.-C. Branner, *Bull. geol. Soc. of America*, t. 30, 1919, p. 332.

Au cours d'un récent voyage au Brésil, j'ai visité les exploitations de Boa Vista, de Serrinho (près de Curallinho) à l'est, et de Sopa à l'ouest de Diamantina. Dans tous ces gisements, il faut distinguer entre les dépôts de graviers des plateaux, en couches horizontales qui s'étendent souvent sur de grandes étendues et les couches inclinées ou presque verticales, interstratifiées avec les schistes à séricite et les quartzites et qui comprennent des conglomérats à ciment sériciteux ou quartzeux. Ces conglomérats sont très riches en blocs de dimensions inégales et de blocs anguleux.

Que ces conglomérats ne sont pas d'anciennes alluvions, déposées dans des canaux creusés par les rivières dans la série algonkienne est déjà prouvé parce que la plus grande dimension des blocs, plus ou moins aplatis, n'est pas horizontale, mais inclinée ou même verticale. J'ai pu par places distinguer une stratification originelle dans les couches fortement redressées et elle est sensiblement la même que celle des quartzites et des schistes du voisinage. Comme ces quartzites présentent souvent une structure entrecroisée, il ne faut pas s'attendre à trouver les dépôts à gros blocs de la même série en concordance absolue avec eux. D'ailleurs la teneur en blocs et galets des conglomérats présente beaucoup de variations. Le long du chemin de Curhallinho à Diamantina, en haut de la traversée de la rivière près de Curhallinho, des schistes à séricite inclinés vers l'Est passent brusquement dans la direction des couches à un conglomérat très riche en galets avec un ciment sériciteux.

Des transitions de ce genre se voient aussi dans la mine de Sopa; elles s'établissent dans la direction des couches ou dans une direction perpendiculaire à la stratification.

Le diamant se trouve dans ces conglomérats à l'état de minéral détritique; il est possible qu'il existe aussi dans les schistes dépourvus de galets visibles; tel est peut-être le cas du gisement de Sao Jao da Chapada, à l'ouest de Diamantina, où, d'après A. de Bovet [1], le diamant se trouve dans des argiles interstratifiées dans les roches environnantes. Les photographies des exploitations récemment reprises dans cette localité y montrent l'existence de conglomérat à gros blocs. O.-A. Derby [2] a considéré le diamant de ce gisement comme formé dans les schistes sous l'influence d'une roche éruptive sous-jacente, mais cette théorie ne peut s'appliquer aux autres exploitations de la région, là où la gangue est essentiellement congloméra-

---

(1) *Ann. des Mines*, 1884, p. 475.
(2) *Journ. of Geology*, 1898, p. 121-146.

tique, et où rien ne peut faire supposer qu'il existe une roche éruptive profonde; la présence à Sao Jao da Chapada de celle-ci n'a d'ailleurs pas été démontrée.

En résumé, je considère le diamant comme détritique dans ces sédiments. Au point de vue de la genèse du conglomérat qui le renferme, il est important de constater que la variation pétrographique dans la direction des couches n'est pas spéciale aux roches reconnues comme diamantifères, mais qu'elle caractérise toute la série des schistes et quartzites constituant la région montagneuse de la Serra do Espinhaço. En outre, les couches montrent en divers points de très rapides changements d'épaisseur.

Les variations de nature et de puissance d'un même banc, la stratification entrecroisée, la disparition assez rapide d'un faisceau de bancs et les irrégularités de parallélisme de toutes ces formations montrent qu'elles résultent d'un dépôt rapide sous l'influence de courants dont la violence et la direction ont varié dans de grandes limites.

GÉOLOGIE. — *Sur la tectonique des Pyrénées Occidentales.* Note (1) de M. **P.-W. Stuart-Menteath**, présentée par M. H. Douvillé.

Le dernier *Boletin* du Service géologique espagnol, rempli de révisions du terrain spécial de mes recherches, me permet de compléter ma carte tectonique des *Comptes rendus* de juin 1894.

Des Nummulites spécifiées et des dessins des *Scolithia* confirment l'extension normale et régulière de l'Éocène, depuis Biarritz jusqu'à Zumaya, ainsi que la présence des *Scolithes* dans le Cénomanien de Lecumberri, au-dessus du Jurassique, que j'y ai signalé. Le Gault est reconnu en plein Sénonien de la nouvelle Carte, dans les mêmes conditions qu'à Jaxu, où toute la série, depuis le Lias jusqu'au Cénomanien, est fossilifère sur une épaisseur de 100^{m}, comme à Dax, Saint-Sébastien et auprès de Bayonne. Grâce aux déterminations de M. Douvillé, on peut même insérer le Danien à Campagnet sur la Nive, ainsi qu'à Yraeta, dans le pseudo-Trias gypsifère. Des deux côtés de la chaîne, la succession normale est souvent renversée contre le Paléozoïque, mais toujours transgressive dans le voisinage. Parfois, le Flysch à Fucoïdes est rempli de cailloux roulés du gneiss, dont il recouvre les couches verticales; que ces conglomérats ne sont pas des

(1) Séance du 9 août 1920.

mylonites de friction est prouvé par les recherches à Hendaye et Argelès sur leurs continuations incontestables. La réduction de l'épaisseur des formations, depuis 1000^{m} vers Argelès jusqu'à presque rien à l'Ouest n'est pas un effet d'étirement, puisque les parties les plus fossilifères seraient précisément les plus étirées. La concentration de tous les *facies* en quelques mètres, et la difficulté d'en distinguer les limites montrent une succession régulière des dépôts diminuant vers l'extrémité de la chaîne. C'est pourquoi les observateurs exercés du *Boletin* ont classé en Aptien et même en Wealdien (de Logroño) des grès à Orbitolines, que j'ai attribués au Cénomanien, entre Venta de Velate et Lecumberri. Leur carte à petite échelle ne peut figurer les détails que, depuis 1871, j'ai dû relever au 20000e.

Il faut encore noter que, depuis Magnan, les preuves de la récurrence des *facies* ont fait constater la présence constante du Vraconien en alternance avec le Cénomanien ou l'Aptien. La théorie de Suess que j'ai formellement adoptée dès 1886, m'a toujours parue inapplicable après une révision détaillée des meilleurs exemples cités. Le *Boletin* , pour les besoins du raccordement, attribue au Cambrien de Jacquot un grès quartzeux au nord de Roncevaux. En ouvrant des puits et galeries sur ces quartzites, j'ai constaté qu'ils sont surtout du Dévonien le plus typique, toujours en alternance avec des calcaires fossilifères, et principalement représenté au sud de Louhossoa et du Pas de Roland et à l'ouest d'Ossès. M. Barrois a bien voulu réviser leurs fossiles, et ce sont les méprises de Jacquot, bien reconnues aujourd'hui, qui ont fait supprimer ces preuves ici comme dans le cas de l'Eocène. Un grès quartzeux inséparable du Cénomanien du Couvent de Roncevaux paraît avoir fourni des Scolithes auxquels on n'a accordé nulle valeur. Mais les quartzites du Dévonien, très différents de ceux du Silurien et Carbonifère, sont continus au nord de Roncevaux et dans tout le Paléozoïque arbitrairement subdivisé. Des lentilles de calcaires fossilifères, des imprégnations constantes de cuivre et de fer carbonaté, rendent la délimitation possible sur des plans détaillés.

Une erreur de ma carte de 1894 est un exemple du danger des raccordements. J'ai figuré le Crétacé du bassin de Sarre-Ainhoa comme se continuant dans le granitique de Louhossoa, où il est figuré dans quatre coupes de M. Seunes; c'était par analogie avec son pincement vertical en travers du granité de la Haya, à l'autre bout du bassin. Des révisions récentes sur les plans de mines m'ont prouvé que ce Crétacé s'élève brusquement et se termine par une butte fossilifère, entourée de Trias silicifié, à un kilomètre plus au sud. Le calcaire confondu avec le Crétacé est criblé de

pegmatite et d'ophite, touche le Dévonien ignoré au sud, et se répète jusqu'à dix kilomètres au nord en bandes synclinales, encore plus métamorphisées, autour de la montagne granitique Ursouia.

Comme à la Haya, le calcaire nettement synclinal a subi un métamorphisme variable et souvent intense, donnant douze mètres de grenat à la Haya, des masses de chiastolite à l'Ouest de Louhossoa, et des amphibolites à Mendionde et Articuza. A la Haya, le *Boletin* a dû déplacer le calcaire sur une mauvaise carte et l'a figuré comme du Trias reposant horizontalement sur du Silurien, bien qu'il soit nettement vertical et limité, des deux côtés, par le Trias de Vera, nullement coupé par du Silurien.

Il est reconnu que le granite de la Haya et Louhossoa est un même massif, relié par les pointements intermédiaires que j'ai signalés. Les deux présentent des pointements analogues de granite jusqu'à plusieurs kilomètres de leur limite apparente. Le Gault est traversé et le Cénomanien fractionné, mais le Flysch à Fucoïdes est transgressif et en renferme des cailloux roulés.

Jusqu'à Argelès, Loucrup, et Salies du Salat j'ai réussi à la longue à faire corriger les cartes faites hâtivement et dont les inexactitudes ont toujours résuscité malgré leurs propres auteurs; tous les observateurs qui ont voulu vérifier les points décisifs, ont dû renoncer à raccorder les cartes courantes. Le *Boletin* a essayé une amalgamation impossible entre l'observation réelle et les cartes précédemment publiées.

ÉCONOMIE RURALE. — *Sur un traitement préventif de l'oïdium.* Note [1] de M. J. **Kunstler**. (Extrait.)

Pour agir sur l'oïdium, on souffle de la fleur de soufre, en plein vent, sur les parties menacées; quand l'atmosphère est agitée, cette opération devient difficile et incertaine. Nous avons expérimenté une manière de faire nouvelle, une sorte de traitement peu dispendieux, qui a produit les meilleurs effets.

Il ne s'agit pas, à vrai dire, d'un véritable traitement, dans le sens précis du mot, mais plutôt d'une mesure préventive, pouvant dispenser de tout autre traitement, mais ne mettant aucun obstacle à son application, si la nécessité s'en faisait sentir.

---

[1] Séance du 9 août 1920.

Comme premiers sujets d'expérience, nous avons choisi deux gros ceps de vigne, cultivés en treilles, contaminés depuis de longues années et plus ou moins radicalement improductifs. Le soufrage à l'aide du soufflet *ad hoc* avait été inefficace.

En hiver ou au printemps nous avons fait découvrir la base des ceps malades jusqu'à une profondeur de 10^{cm} à 20^{cm} et répandre, tout autour de ces pieds, une poignée de soufre en poudre. Après cela, les trous ont été comblés avec de la terre.

L'oxydation du soufre dans le sol, dégageant des vapeurs sulfureuses, celles-ci se répandent dans la terre ambiante, de manière à enrayer le développement des germes infectieux. C'est, selon toute probabilité, cette action purificative qui a suffi, dans nos expériences, à mettre obstacle aux invasions malfaisantes.

Dans la pratique courante, il est assez malaisé de bien égaliser les doses de soufre par pied de vigne. On favorise cette opération en mélangeant intimement cet agent thérapeutique avec des poudres moins actives et moins coûteuses, de façon que l'encerclement des pieds devienne plus aisé et que le dosage soit plus régulier. Nous avons employé, notamment, des cendres et de la chaux hydraulique, en fines poussières, substances qui, par elles-mêmes, exercent une action favorable. On peut aussi enrober le soufre dans des sortes de colles, par exemple dans de la résine bouillie avec de l'huile, dont on badigeonne la base des ceps.

Du reste, il appartient au praticien de préciser la technique de cette méthode, de la modifier selon la nature du sol et suivant les conditions particulières des régions.

Weinmann et Depuiset [1] se contentent de projeter le soufre sur le sol. Mais, le vent et la pluie balayant la poudre de soufre et ses vapeurs, les résultats de cette manière de faire sont insuffisants.

Nous avons fait d'autres tentatives, portant sur des substances capables d'émettre des vapeurs, qui paraissent entraîner d'heureux résultats. La question de la purification et de l'assainissement de la terre par les vapeurs corrosives acquiert ainsi, à la fois, une portée plus grande et une extension que l'on ne saurait bien délimiter. L'emploi du soufre, de l'iode, du mercure, etc., ou de divers mélanges de composés de ces corps, évoque des espérances légitimes.

---

(1) Institut œnologique de Champagne.

EMBRYOGÉNIE. — *L'époque d'apparition et le mode d'extension de la sensibilité à la surface du tégument chez les Vertébrés anamniotes.* Note ([1]) de M. P. **Wintrebert**, transmise par M. Y. Delage.

J'ai étudié l'apparition et l'établissement de l'excitabilité cutanée chez divers embryons de Poissons et d'Amphibiens; parmi les premiers, j'ai examiné *Salmo fario*, *S. fontinalis*, *S. irideus*, *Carassius auratus*, *Perca fluviatilis*, *Scylliorhinus canicula;* j'ai observé, parmi les seconds, des Anoures, *Rana esculenta*, *R. temporaria*, *Bufo vulgaris*, *Hyla arborea*, *Alytes obstetricans*, *A. cisternasi*, *Discoglossus pictus*, et des Urodèles, *Triton marmoratus*, *T. alpestris*, *T. palmatus*, *T. vulgaris*, *Amblystoma tigrinum*, *A. punctatum*. La sensibilité apparaît toujours dans la région antérieure du tronc; de là, elle s'étend en avant et en arrière, mais beaucoup plus vite du côté caudal que vers la tête; j'ai déjà signalé ce fait chez *Amblystoma tigrinum et Rana temporaria*, en 1905 ([2]). Cependant l'accroissement des zones sensibles ne se produit pas de la même manière chez tous les Vertébrés inférieurs. Les Poissons et certains Amphibiens, tels que *Salamandra maculosa*, *Alytes obstetricans et A. cisternasi*, montrent une augmentation régulière et progressive des zones excitables, tandis que la majorité des Amphibiens, après avoir présenté d'abord une extension graduelle de la sensibilité d'avant en arrière sur les deux tiers antérieurs du tronc, deviennent brusquement et sans transition excitables sur tout le reste du domaine cutané.

Nous classerons donc les embryons en deux groupes, suivant que l'établissement de leur sensibilité suit une marche régulièrement progressive, ou bien se produit en deux phases, la première de progression lente, l'autre de généralisation brusque.

I. *Types d'embryons montrant une extension progressive de la sensibilité cutanée :*

A. *Poissons.* — Je prendrai comme exemple un Sélacien : *Scylliorhinus canicula :* La période nerveuse commence avec le stade K de Balfour. La distribution des nerfs sensibles à la peau n'a été constatée qu'après le début de la liaison neuro-musculaire ([3]). L'irritabilité aneurale des myotomes ([4])

([1]) Séance du 9 août 1920.

([2]) Wintrebert, *Nouvelles recherches sur la sensibilité primitive des Batraciens* (*Comptes rendus de la Société de Biologie*), t. 59, 1905, p. 58.

([3]) Wintrebert, *Comptes rendus*, t. 165, 1917, p. 369.

([4]) Wintrebert, *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 83, 1920, p. 1029.

empêche d'explorer le tégument qui les recouvre avec une sûreté suffisante pour savoir s'il est seul en jeu dans la réponse obtenue. Le liséré cutané dorsal présente, au contraire, toutes garanties s'il est piqué latéralement; il devient sensible dans la région pédiculaire antérieure au stade K^2, quand cinq poches branchiales sont apparentes et la deuxième poche seule ouverte. A l'étape K^3 (6 poches branchiales visibles; 2e, 1re, 3e ouvertes), le liséré dorsal est sensible jusqu'à 1^{mm} derrière le pédicule; mais la partie postérieure du tronc et la queue, *en dehors des myotomes*, la tête entière, le pédicule vitellin et toutes les régions ventrales, placées au-dessous des plaques musculaires latérales, sont inexcitables. Au commencement de l'étape K^4 (4 fentes branchiales ouvertes), la tête, l'abdomen sont encore insensibles, mais la sensibilité s'est avancée sur le limbe dorsal jusqu'à moitié du segment post-pédiculaire. A la fin du stade K^4, le limbe dorsal n'est plus inexcitable que sur le sixième postérieur du corps, au niveau de la crosse caudale inerte; l'abdomen, derrière le pédicule, est devenu sensible; la tête sent sur les territoires sus-branchial et auriculaire; mais la région des cerveaux antérieur et moyen est peu sensible et la piqûre de l'œil est sans effet. Au stade L, la sensibilité a envahi la tête, le pédicule et s'est avancée au-dessus de la boule vitelline sur une largeur de 1^{cm} autour de la base pédiculaire; cependant l'extrémité caudale, dans le huitième postérieur du corps environ, reste encore insensible, la piqûre de l'extrémité reste encore inefficace au stade M.

B. *Amphibiens*. — Prenons comme type un Urodèle : *Salamandra maculosa*. Un embryon de 8^{mm},75, dont la queue a une longueur de 1^{mm},25 et qui se contracte en U, sent, sur la région axiale du tronc, depuis la tête jusqu'à 0^{mm},75 au-devant de la queue; la zone sensible envahit déjà l'abdomen à 1^{mm} en dehors de la région chordo-myotomique; dans la région de la tête, le territoire du trijumeau (bosse frontale antérieure, œil, arc mandibulaire) est excitable, mais les régions céphaliques ventrales, ainsi que les branchies, sont insensibles. Un embryon plus âgé, long en tout de 9^{mm},5, dont 2^{mm} pour la queue, et se contractant en S, est excitable de la tête entière, sauf des branchies; mais, en arrière, la sensibilité n'a pas envahi toute la queue; elle cesse au-devant de l'extrémité, à 0^{mm},5 du bout caudal sur la région myotomique, à 0^{mm},75 sur les limbes; la zone excitable abdomino-vitelline s'étend maintenant de chaque côté du tronc, sur un arc de cercle qui, par ses extrémités, touche le cœur et la base de la queue, et dont la flèche mesure 2^{mm},5.

De même, dans le genre *Alytes*, parmi les Anoures, la sensibilité s'étend d'une façon graduelle, aussi bien sur la tête et la queue que sur le tronc.

II. *Types d'embryons résentant un développement de la sensibilité cutanée d'abord lent et progressif, puis brusquement complet.* — Tous les Amphibiens examinés, sauf les deux genres signalés plus haut, montrent une généralisation soudaine de l'excitabilité à la surface du tégument, au moment où la sensibilité, née derrière la tête, ne s'est encore étendue que sur le tronc, jusqu'au voisinage de la queue.

Le bout caudal, longtemps insensible chez les embryons du premier groupe, est ainsi précocement irritable chez ceux du second, et sa piqûre, faite au début du croisement des extrémités, chez les embryons doués de contraction tonique (Téléostomes, Amphibiens), est un excellent moyen de connaître dans quelle catégorie ils doivent être rangés.

Conclusion. — La sensibilité cutanée, apparue chez tous les Vertébrés anamniotes au niveau de la région antérieure du tronc, s'étend d'abord, chez tous, graduellement vers la queue; mais tandis que, chez les Poissons et certains Amphibiens (*Salamandra* et *Alytes*), elle continue d'envahir lentement et progressivement le corps entier, elle se généralise soudain, chez la plupart des Amphibiens, à toute la surface cutanée; cette extension brusque des zones excitables est due à l'apparition d'une « Irritabilité ectodermique aneurale » que j'ai décrite précédemment [1] et qui se superpose à la sensibilité nerveuse dans les territoires où celle-ci est déjà développée.

MICROBIOLOGIE. — *Tentative de culture du tréponème pâle, en symbiose avec les éléments cellulaires.* Note de M. C. Levaditi, présentée par M. Roux.

Des expériences antérieures nous ayant montré qu'il est possible d'entretenir la vitalité du virus de la poliomyélite et de la rage [2], et peut-être même de cultiver ces virus, en s'adressant à la méthode des cultures cellulaires *in vitro* (Carrel), nous avons tenté des essais analogues avec le tréponème de le syphilis. Nous nous sommes servi d'un virus syphilitique dermotrope, conservé par des passages réguliers sur le lapin et qui provoquait, après inoculation intra-testiculaire, une orchite riche en spirochètes et dépourvue de germes d'infection secondaire.

Technique. — Des petits fragments de testicule, contenant de nombreux tréponèmes, étaient cultivés dans du plasma de lapin (boîtes de Gabri-

---

(1) *Comptes rendus de la Société de Biologie*, t. 57, 1904, p. 645, et t. 59, 1905, p. 58.

(2) Levaditi, *Comptes rendus*, t. 157, 1913, p. 864, et t. 159, 1914, p. 284.

tchewsky). Des passages étaient effectués tous les 4-5 jours, en ayant soin d'ajouter de nouveaux fragments de testicule normal. On examinait fréquemment la pullulation cellulaire et l'état des spirochètes.

Constatations. — *Première culture* le 19 novembre 1919. *Premier passage* le 24 novembre : Multiplication intense des éléments cellulaires, sous forme de rosaces constituées par des cellules conjonctives fusiformes. *Nombreux spirochètes très mobiles. Deuxième passage* le 28 novembre : même pullulation cellulaire, assez nombreux *spirochètes immobiles. Troisième passage* le 4 décembre : pullulation cellulaire abondante, absence totale de tréponèmes. *Quatrième passage* le 11 décembre : dans les deux boîtes restées non contaminées, pullulation cellulaire marquée, absence totale de spirochètes. On arrête l'expérience. Les fragments cultivés sont inoculés à deux lapins, l'un, n° 31, dans la chambre antérieure de l'œil; l'autre, n° 38, dans la chambre antérieure et dans le testicule. Aucun de ces animaux ne contracte la syphilis.

Cette expérience, répétée à deux reprises, a fourni le même résultat.

Conclusions. — Il résulte de ces essais que, *placé dans des conditions qui permettent la culture des éléments cellulaires conjonctifs* IN VITRO, *le tréponème pâle, contrairement au virus de la poliomyélite et de la rage, non seulement ne cultive pas, mais perd rapidement sa vitalité et sa virulence.* Les cellules pullulaient encore le 26e jour, tandis que les spirochètes avaient cessé de vivre le 9e jour déjà.

MICROBIOLOGIE. — *Sur l'apparition de la levure alcoolique dans les vignobles.* Note (1) de M. **Francisque Grenet**, présentée par M. E. Roux.

En l'année 1878, dans le vignoble d'Arbois, Pasteur institua une série d'expériences en grand qu'il projetait depuis longtemps et destinées à répéter ses essais antérieurs et confirmer définitivement les résultats de ses travaux sur les fermentations.

Parmi les faits latéraux signalés, il établit qu'à toute époque de l'année on rencontrait des germes de moisissures sur les souches des vignes et dans le sol, mais que la levure alcoolique apparaissait seulement au moment de la maturation du raisin et n'existait pas dans le vignoble hors cette époque.

Quel est donc le mécanisme de cet apport?

Ce problème n'avait pas échappé à Pasteur.

(1) Séance du 9 août 1920.

Pendant bien des années, j'ai cherché à le résoudre, et je crois avoir trouvé la cause principale, tout au moins, de cet apport de levures alcooliques dans les vignobles.

J'ai enfin trouvé un diptère porteur de ferment alcoolique, le *Drosophila melanogaster* : c'est une toute petite mouche, d'apparence fauve, à ventre noir; très ténue, elle passe inaperçue dans le vignoble, c'est ce qui explique qu'elle n'a pas attiré l'attention sur elle.

Elle est tenace dans la mission qu'elle a à remplir, rien ne la rebute, elle se faufile partout : par exemple, quelque précaution qu'on prenne, elle vient retrouver le chimiste dans les chambres les mieux closes et troubler ses liquides sucrés stérilisés alors qu'ils sont soumis à une filtration ou à toute autre opération.

Elle est très petite, ai-je dit, mais quand elle s'est gorgée de jus de raisin, elle gonfle et devient plus apparente au moment des vendanges; certaines années, elle tourbillonne en essaims compacts sur les cuves de fermentation; d'autres années, elle disparaît sans rendre visite aux chais.

Elle se présente au vignoble au moment de la maturation des grappes, lors des exsudations des grains résultant des chocs produits par les vents, le passage de l'homme et des animaux, les attaques des oiseaux et gros insectes, etc.; elle butine, dépose ses germes sur les grappes et les bois.

Pour déceler sa présence et le jour de son arrivée, voici les dispositifs que l'on peut employer dans le vignoble : on filtre du moût stérilisé sur papier stérilisé et l'on attend; au bout d'un temps plus ou moins long, on voit apparaître une ou plusieurs taches noirâtres sur le filtre mouillé; à la loupe on reconnaît la petite mouche; le lendemain le moût est en fermentation, car il faut noter que cette levure d'apport possède une grande activité; ou encore, sur un petit panneau en bois monté sur chevalet et dont une partie de la surface est garnie d'un filet fin, on passe quelques couches de peinture blanche à l'huile et à l'essence, les petites mouches attirées par l'odeur viennent y échouer et il est facile de les saisir; enfin, on peut étendre au pinceau, sur un châssis tendu de toile, un liquide tiède ou chaud (eau, vin blanc, vinaigre, eau-de-vie de marc, etc.). Si la petite mouche est arrivée au vignoble, elle se rend également à ces pièges qu'on lui tend.

Mais d'où vient cette petite mouche, de quelle contrée, de quelle retraite cachée, comment possède-t-elle cette levure alcoolique? je n'ai pu le découvrir.

BACTÉRIOLOGIE. — *Valeur de la réaction de fixation de Bordet dans le diagnostic de la peste.* Note de M. E. **Joltrain**, présentée par M. Roux.

On sait la difficulté qu'on éprouve à faire le diagnostic de la peste par les méthodes bactériologiques lorsque la maladie affecte au début une allure septicémique, avant l'apparition du bubon, après que le bubon a suppuré ou pendant la convalescence. La méthode de sérodiagnostic, par la recherche de l'agglutination, n'est pas d'une aussi grande utilité pratique qu'on pouvait l'espérer, en raison de l'agglutination spontanée fréquente des cultures de bacilles pesteux. Ayant entre les mains un certain nombre de sérums appartenant à des malades atteints de peste bubonique ou considérés comme suspects, nous avons recherché la déviation du complément en prenant comme antigène des cultures de bacilles de Yersin, les recherches ont été poursuivies à l'Institut Pasteur dans le laboratoire de M. Dujardin-Beaumetz qui a bien voulu s'intéresser à nos travaux et nous donner des émulsions de bacilles. Il a, dans presque tous les cas, recherché parallèlement la séro-agglutination. Nous avons utilisé dans cette réaction comme antigène des cultures fraîches et des cultures chauffées, celles-ci donnant des résultats moins précis. Comme complément nous avons choisi celui du malade préalablement dosé, et enfin nous avons toujours employé le sérum hémolytique antihumain.

Voici les résultats que nous avons obtenus. La réaction de fixation s'est montrée nettement positive dans plusieurs cas confirmés bactériologiquement. Dans trois cas (Bl et R, Rr), où la clinique ne pouvait seule affirmer le diagnostic, la réaction de fixation a été positive. L'agglutination dans ces trois cas se montrait également nettement positive au $\frac{1}{20}$, au $\frac{1}{70}$ et au $\frac{1}{150}$. Ces taux, on le sait, sont très élevés pour la peste. Dans quatre cas douteux, au point de vue clinique, et dans lesquels l'agglutination se montrait négative, la réaction de Bordet a été révélatrice. Nous devons ajouter que le diagnostic a pu être confirmé ultérieurement. De même chez des individus en contact avec des malades, et chez lesquels il était impossible de reconnaître la maladie, en raison de ganglions présents dans l'aine ou le cou, la réaction de fixation a répondu par la négative. Nous avons recherché si l'on pouvait se servir de *cultures chauffées*, ce qui mettrait immédiatement cette méthode aisée de sérodiagnostic, à la portée de tous,

et pouvant être employée dans un certain nombre de laboratoires où l'on pratique de façon courante des réactions de fixation. Bien que les résultats paraissent moins nets et moins constants, il semble qu'un résultat positif conserve toute sa valeur et donne à la méthode une réelle utilité pratique.

Ajoutons enfin que jamais d'autres sérums, appartenant à des individus normaux, des ictériques, des syphilitiques avec réaction de Wassermann positive, des typhoïdiques, n'ont fixé le complément en présence des cultures de bacilles pesteux.

Il y a donc là une méthode intéressante de diagnostic surtout rétrospectif pouvant rendre actuellement de grands services en cas de doute chez les convalescents et quand la recherche du bacille ne peut donner de réponse.

BACTÉRIOLOGIE. — *Sous-races des bacilles pyocyanoïdes.* Note de M. C. **Gessard**, présentée par M. Roux.

Les bacilles que j'ai appelés pyocyanoïdes [1] sont, en dernière analyse, des bacilles pyocyaniques seulement devenus incapables de faire de la pyocyanine dans aucun milieu. Cette identification se fonde principalement sur la propriété de liquéfier la gélatine que possèdent également les bacilles pyocyaniques et les pyocyanoïdes, en même temps que les uns et les autres montrent une égale sensibilité au sérum spécifique empêchant de cette liquéfaction, que nous devons à M. Launoy [2]. Cette identification peut encore s'appuyer sur l'odeur bien connue des cultures pyocyaniques, qui se retrouve aussi dans les cultures pyocyanoïdes. C'est aussi bien la propriété directement perceptible, celle qu'il faut avoir constatée d'abord pour penser à la mise en œuvre des réactions dans la gélatine.

Je me suis demandé si cette odeur des cultures pouvait disparaître, comme j'ai vu les pigments, et si, dans ce cas, subsisteraient les réactions en question, qui deviendraient alors le seul lien entre les deux sortes de bacilles. En faisant servir les bacilles pyocyanoïdes à cette recherche, j'ai

---

(1) *Sur les bacilles pyocyanoïdes* (*Comptes rendus*, t. 170, 1920, p. 298).

(2) Launoy, *Sur l'antiprotéase du bacille pyocyanique* (*C. R. de la Soc. de Biol.*, t. 82, 1919, p. 263); *Les sérums protéasiques...* (*Ann. Inst. Pasteur*, t. 34, 1920, p. 249).

visé l'achèvement de la transformation de l'espèce par les mêmes germes qui signifient déjà la perte de sa fonction chromogène essentielle.

J'ai pensé que, comme il arrive pour les pigments, la disparition de l'odeur pourrait être un effet du vieillissement des germes. Dans ce cas, une culture odorante un peu ancienne devrait offrir des échantillons de cette dégradation. J'ai donc fait l'isolement de germes sur gélose à partir de vieilles cultures des deux races de bacilles pyocyanoïdes que j'ai antérieurement décrites, F qui fait du vert fluorescent et S qui est sans pigment en bouillon.

J'ai reporté séparément leurs colonies respectives dans des tubes de bouillon. Je noterai ici, pour mémoire seulement et sans y attacher plus d'importance, que, sur sept colonies de la race F (un plus grand nombre de race S a été nécessaire), j'ai obtenu une culture en bouillon dépourvue d'odeur; et ce caractère s'est maintenu pour les germes ainsi modifiés de l'une et l'autre origine dans la série des cultures qui en sont dérivées.

Voilà donc ce qu'est devenue, par dégradation progressive, une espèce originairement productrice d'odeur et de pigments : réduite, avec les descendants du germe pyocyanoïde S, à ne plus posséder ni pigment ni odeur, à ne garder dès lors de son état primitif que la forme des organismes, dont la diagnose microbienne fait, comme on sait, le moins de cas. En sorte que, si l'on rencontrait dans la nature des germes à ce point dégénérés, sans mélange d'aucun de leurs ascendants resté intact, rien n'avertirait de leur origine ni ne ferait soupçonner leur parenté, rien ne suggérerait de recourir à la réaction qui seule permet de les mettre à leur véritable rang. Et c'est une éventualité qui peut être envisagée d'après ce qui s'est vu déjà pour des bacilles pyocyaniques authentiques, dont des cultures naturelles, propagées dans le bouillon, s'y sont développées sans donner d'odeur.

Ces faits ont surtout un intérêt doctrinal et il ne semble pas qu'en dehors de l'étude que je poursuis, il puisse y avoir quelque utilité à déterminer expressément, par les réactions appropriées, ces descendants ultimes et transfigurés de bacilles pyocyaniques, si l'idée s'en présentait en l'absence de tout signe anamnestique. C'est ici la condition même de l'expérience, et la recherche de ces réactions où l'identité des germes se vérifiât : pouvoir gélatinolytique, sensibilité au sérum de Launoy, s'imposait en première ligne. Les bacilles dépourvus d'odeur n'ont pas différé, à cette épreuve, des germes odorants dont ils procèdent.

Ils sont donc bien des pyocyanoïdes, et l'on est par suite amené à distinguer désormais, dans chacune des races F et S des bacilles pyocyanoïdes, deux sous-races : l'une odorante, l'autre dépourvue d'odeur dans les cultures en bouillon.

Ce que j'ai dit plus haut de l'absence d'odeur chez des bacilles pyocyaniques véritables laisse entrevoir que ceux-ci doivent prêter de même à de pareilles subdivisions de leurs races.

MÉDECINE. — *Sur l'emploi du silicate de soude en injections intraveineuses. Effets physiologiques. Effets thérapeutiques.* Note de MM. **L. Scheffler**, **A. Sartory** et **P. Pellissier**, présentée par M. Guignard.

La silice est très répandue dans la nature, elle existe dans presque tous les organes des plantes et des animaux. Le corps humain en renferme plus de 6g, c'est-à-dire une quantité plus grande qu'il ne renferme de fer; mais le rôle de la silice dans l'organisme n'est pas encore exactement déterminé.

Plusieurs auteurs, en France et en Allemagne, se sont attachés à l'étude de la silice au point de vue physiologique et thérapeutique.

Gaube, du Gers, établit que les muscles de l'homme à l'état frais renferment 0,259 de silice pour 1000, et ceux de la femme 35 pour 100 de moins.

Les muscles du taureau en contiennent 0,40 pour 1000, tandis que ceux du bœuf en contiennent seulement 0,114. Gaube émet alors l'hypothèse que la silice aurait « pour action de chasser une partie de l'acide carbonique résultant de l'activité musculaire plus intense chez le mâle que chez la femelle ou les individus émasculés » et il ajoute : « cette hypothèse n'a rien d'invraisemblable si l'on veut bien se rappeler que l'acide silicique est le grand destructeur des carbonates au sein de la terre.... »

En médecine interne, c'est le silicate de soude qui a été surtout employé.

Decène Ollivier insiste sur les propriétés antifermentescibles et « vivifiantes » du silicate de soude et l'emploie contre l'artério-sclérose, la fièvre typhoïde. Bodin, Pascaut l'utilisent dans les mêmes affections et dans certaines dyspepsies.

Le Professeur Albert Robin insiste à différentes reprises sur l'utilité des silicates dans la médication reminéralisatrice de la tuberculose.

L'un de nous, dans un travail publié en juin 1908 dans les *Archives générales de Médecine*, attribuait la prédisposition à l'artério-sclérose à un défaut de silice dans la minéralisation organique.

« Le manque de silice dans l'organisme, l'anémie siliceuse, si l'on peut employer cette expression, se traduira donc par un travail de réduction insuffisant et une élimination réduite de CO^2; il y aura donc une viciation relative de la nutrition cellulaire, production anormale de toxine.

L'apport siliceux aurait donc pour résultat une élévation de la vitalité, un perfectionnement des échanges organiques, un *stimulus* vital.

Tous les auteurs qui ont préconisé le silicate de soude contre l'artério-sclérose lui reconnaissent des propriétés hypotensives.

Jusqu'à présent, le silicate de soude en médecine interne a été exclusivement employé *per os*, à la dose de 1^g à 3^g par jour.

Marq, étudiant dans le laboratoire du professeur Robin l'élimination du silicate de soude, signale que, sur un gramme ingéré, l'intestin en rejette 0,80 et en absorbe 0,20 dont 0,10 sont éliminés par l'urine dès le premier jour et 0,05 les jours suivants.

D'autre part, la quantité normale de silice contenue dans les urines de 24 heures est de 0,03 environ.

Ces dernières données nous ont amené à penser que si l'on pouvait introduire le silice dans l'organisme par voie intraveineuse, de très faibles doses seraient suffisantes pour donner des résultats thérapeutiques marqués, comme on l'observe avec les divers médicaments employés par voie intraveineuse.

C'est ainsi que nous avons été conduits à étudier la possibilité d'introduire le silicate de soude dans l'économie par voie intraveineuse, bien que cette méthode ait été considérée comme impossible ou dangereuse par tous les auteurs qui en ont fait mention.

Nos expériences ont porté d'abord sur les animaux de laboratoire. Les résultats moyens de ces expériences sont les suivants : Pour le cobaye, le silicate de soude en injection intraveineuse est toléré sans aucun trouble à la dose de $0^{cg},02$ par kilogramme. Si l'on double la dose, soit $0^{cg},04$ par kilogramme d'animal, l'injection est suivie d'amaigrissement pendant les 2 à 3 jours qui suivent. Le poids normal est repris en 4 à 5 jours.

Des phénomènes d'intoxication apparaissent à la dose de $0^{cg},06$ par kilogramme d'animal.

La dose toxique et mortelle avoisine $0^{cg},08$ par kilogramme d'animal.

Le lapin est plus sensible à l'action des silicates. Pour cet animal, les doses de $0^{mg},01$ à $0^{mg},15$ par kilogramme sont tolérées sans effet apparent.

A la dose de $0^{cg},02$ par kilogramme, des phénomènes d'intoxication apparaissent : fièvre, hémoptysie ; mais après une période de 2 à 3 jours où l'amaigrissement est très sensible, la santé revient complètement en 8 jours.

Sachant d'autre part que les doses de silicate de soude *per os*, de 2 à 3 grammes par jour et longtemps prolongées, sont inoffensives chez l'homme, nous avons essayé, très prudemment, les injections intraveineuses, d'abord à la dose de $0^{mg},001$ jusqu'à 1^{cg} *pro die*.

Nous n'avons jamais observé aucun accident ou inconvénient, ni immédiat ni éloigné.

Nous pratiquons l'injection intraveineuse avec la technique habituelle. La solution que nous utilisons, et que nous avons établie empiriquement, représente $0^{mg},005$ de silicate de soude par centicube. Elle n'altère pas le globule sanguin. La dose que nous employons habituellement est de deux centicubes, soit un centigramme de silicate *pro die*.

Nous trouvons plus avantageux, au point de vue de la persistance des effets et de la durée du traitement (8-10 injections), de faire l'injection tous les deux jours et nous débutons toujours par une dose de $0^{mg}005$.

Cette médication est indiquée chez tous les malades susceptibles de bénéficier du traitement siliceux.

Nous l'avons employée utilement chez les artério-scléreux, les cardio-rénaux, les angineux.

La tension artérielle baisse, la viscosité sanguine diminue ou augmente, parfois, mais toujours pour tendre vers la normale, la dyspnée diminue, il y a élévation de la vitalité générale.

Ce sont les artério-scléreux et les cardio-rénaux qui nous semblent avoir retiré le plus d'avantages de la méthode.

Dans certains cas de rhumatisme chronique et déformant, les résultats sont très encourageants.

En ce qui concerne la tuberculose (reminéralisation) le traitement a paru inoffensif, mais la question est encore à l'étude.

La présente Note a surtout pour but d'établir :

1° Que le silicate de soude peut être employé en injection intraveineuse, sans danger ou inconvénient aux doses indiquées;

2° Que cette méthode s'applique utilement au traitement des maladies justiciables de la médication siliceuse;

3° La médication siliceuse peut donc bénéficier de toute la valeur thérapeutique propre aux médications intraveineuses.

M. C.-M. Dabrowski adresse une Note intitulée : *Complément à mon essai de définitions axiomatiques des notions fondamentales de la géométrie.*

La séance est levée à 15 heures trois quarts.

A. Lx.

BULLETIN BIBLIOGRAPHIQUE.

Ouvrages reçus dans les séances de mai 1920.

Les industries chimiques françaises, par Paul Baud. Extrait de la *France de Demain* publiée par l'Association italo-française d'expansion économique. Paris, s. d.; 1 fasc. 23cm. (Présenté par M. Haller.)

Observations vitales sur le chondriome des végétaux et recherches sur l'origine des chromoplastides et le mode de formation des pigments xanthophylliens et carotiniens, par A. Guilliermond. Paris, E. Orlhac, 1919; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Gaston Bonnier.)

Histoire de la Chimie, par Maurice Delacre. Paris, Gauthier-Villars, 1920; 1 vol. 23cm. (Présenté par M. Lemoine.)

Third annual report of the National advisory committee for aeronautics, 1917. Washington, Government printing office, 1918; 1 vol. 25cm.

A Naturalist in the Bahamas : John I. Northrop, par Henry Fairfield Osborn. New-York, the Columbia University Press, 1910; 1 vol. 24cm.

Résultats des campagnes scientifiques accomplies sur son yacht par Albert Ier, prince souverain de Monaco. Fascicule LIII : *Cirrhipèdes provenant des campagnes scientifiques de S. A. S. le Prince de Monaco* (1885-1913), par A. Gruvel. Monaco, 1920, 1 vol. 35cm,5. (Présenté par S. A. S. le Prince de Monaco.)

L'infection bacillaire et la tuberculose chez l'homme et chez les animaux, par A. Calmette. Paris, Masson, 1920; 1 vol. 25cm. (Présenté par M. Calmette.)

Discours d'ouverture du quatrième congrès des Mathématiciens scandinaves à Stockholm, 1916, par G. Mittag-Leffler. Uppsala, Almquist et Wiksells, 1920; 1 fasc. 23cm.

Phosphore, arsenic, antimoine, par A. Boutaric et A. Raynaud. Paris, Gaston Doin, 1920; 1 vol. 18cm.

Catalogue raisonné et descriptif des collections d'ostéologie du service d'anatomie comparée du Muséum d'histoire naturelle, par R. Anthony : *Mammifères*, fascicule XI : *Edentata*. Paris, Masson, 1920; 1 fasc. 23cm. (Présenté par M. Edmond Perrier.)

Problèmes astronomiques, par le Lieutenant-Colonel Delaunay. Paris, Gauthier-Villars, 1920; 1 fasc. 25cm. (Présenté par M. L. Mangin.)

ERRATA.

(Séance du 17 mai 1920.)

Note de M. *Ph. Négris*, Sur les alternatives des époques glaciaires et interglaciaires durant la période quaternaire :

Page 1193, ligne 3, *au lieu de* plus basse, *lire* plus considérable.

(Séance du 14 juin 1920.)

Note de M. *Stéphan Procopiu*, Biréfringence et dichroïsme de la fumée de chlorhydrate d'ammoniaque dans le champ électrique :

Page 1446, ligne 26, *au lieu de* 6^{μ} pour le rayon, *lire* $0^{\mu},9$ pour le rayon.

(Séance du 26 juillet 1920.)

Note de M. *J. Nageotte*, Ostéogenèse dans les greffes d'os mort :

Page 281, ligne 25, *au lieu de* tuniques artificielles, *lire* tuniques artérielles.

(Séance du 9 août 1920.)

Note de M. *A. Buhl*, Sur les symétries du champ électromagnétique et gravifique :

Page 346, ligne 3, *au lieu de* $M_{i\omega}$, *lire* $M_{j\omega}$; ligne 10, *au lieu de* $\delta_2 x_1$, *lire* $\delta_2 x_2$; ligne 14, *au lieu de* par $-ik$, *lire* par ik.

Page 347, ligne 18, *au lieu de* de dx_i, *lire* de δx_i.